

SECRETARIA DE RECURSOS HIDRICOS
INSTITUTO NACIONAL DE CIENCIA
Y TECNICA HIDRICAS

LABORATORIO DE HIDRAULICA
APLICADA

SIMULACION NUMERICA DE LA DISPERSION
DE CONTAMINANTES EN
REGIONES LOCALIZADAS

LHA-066-01-86

EZEIZA, Diciembre de 1986

SECRETARIA DE RECURSOS HIDRICOS
INSTITUTO NACIONAL DE CIENCIA
Y TECNICA HIDRICAS

LABORATORIO DE HIDRAULICA
APLICADA

SIMULACION NUMERICA DE LA DISPERSION
DE CONTAMINANTES EN
REGIONES LOCALIZADAS

por

Dr. Angel N. MENENDEZ

Dibujante: Sr. C. Roberto LOPEZ
Secretaria: Srta. Susana HAYE

LHA-066-01-86

EZEIZA, Diciembre de 1986

SIMULACION NUMERICA DE LA DISPERSION
DE CONTAMINANTES EN
REGIONES LOCALIZADAS
por

Dr. Angel MENENDEZ

RESUMEN

Se presenta una técnica numérica de predicción de la dispersión de un contaminante en una región localizada, basada en el método de las manchas. Se la implementa en programas computacionales, que son sometidos a pruebas, y con los cuales se llevan a cabo ensayos numéricos.

DESCRIPTORES TEMATICOS

Contaminación, dispersión, modelación matemática, simulación numérica.

SIMULACION NUMERICA DE LA DISPERSION
DE CONTAMINANTES EN
REGIONES LOCALIZADAS

INDICE

CAPITULO 1: INTRODUCCION	1
CAPITULO 2: EL FENOMENO DE DISPERSION	2
CAPITULO 3: SEGUIMIENTO DE UNA MANCHA CONTAMINANTE	6
3.1. Definición del problema	6
3.2. Descripción de la mancha	6
3.3. Cálculo de evolución de la mancha	7
3.3.1. Advección	7
3.3.2. Difusión	8
3.3.3. Decaimiento	9
3.4. Método numérico	10
3.5. Paso de cálculo temporal	11
3.6. Implementación computacional	13
3.7. Pruebas	15
3.8. Ensayos	17
CAPITULO 4: INYECCION CONTINUA DE UN CONTAMINANTE	19
4.1. Representación del problema	19
4.2. Régimen permanente	19
4.3. Régimen impermanente	20
CAPITULO 5: CONCLUSIONES	21
REFERENCIAS	22
FIGURAS	23

CAPITULO 1

INTRODUCCION

La disposición de los desperdicios provocados por las actividades humanas, se ha convertido en uno de los problemas claves desde el punto de vista técnico. Nadie duda ya de que el control del nivel de contaminación del medio ambiente no es solo un deseo, sino una necesidad para la preservación de la civilización.

Un tema particular importante es la disposición de los efluvios cloacales. Una técnica común, deseable por lo económica, consiste en construir emisarios submarinos que descargan el fluido contaminado a una distancia "prudencial" de la costa, aprovechando la capacidad de degradación de las grandes masas de agua. Determinar esa distancia, de modo de mantener niveles aceptables de contaminación en zonas críticas (balnearios, tomas de agua, etc.), requiere la utilización de métodos de predicción de la distribución de concentraciones del contaminante.

En este trabajo se presenta una técnica de predicción, basada en la simulación numérica del proceso de dispersión en una región localizada (la escala de dispersión es mucho menor que la hidrodinámica). Esta técnica ha sido implementada en programas computacionales sumamente útiles desde el punto de vista ingenieril.

CAPITULO 2

EL FENOMENO DE DISPERSION

2.1. Descripción física y matemática

Los contaminantes pasivos (es decir, aquellos que no afectan a la hidrodinámica), son transportados por el movimiento natural del agua. Este movimiento puede descomponerse en un flujo medio (en el sentido de Reynolds) y uno turbulento. El movimiento turbulento desparrama el material mediante un proceso de tipo difusivo. En efecto, si bien las fluctuaciones son aleatorias, las correlaciones entre ellas dan lugar a este fenómeno de transporte. Por su parte, el flujo medio no solo transporta la sustancia, sino que sus gradientes espaciales contribuyen al desparramamiento. Es el efecto combinado de estos gradientes y la difusión turbulenta lo que se denomina dispersión.

Expresar matemáticamente el proceso de dispersión requiere modelar la difusión turbulenta. Lo más simple es recurrir a una relación de tipo gradiente, con un coeficiente de difusividad turbulenta. Si bien las limitaciones de una tal formulación son fuertes, ellas son más aceptables en canales y ríos (donde la profundidad limita la escala de turbulencia) que en el océano o la atmósfera (1). Entonces, la ecuación para el balance de masa del contaminante puede escribirse como (2)

$$(2.1) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i c - \epsilon_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j}) = 0$$

donde c es la concentración, t el tiempo, x_i las coordenadas espaciales, u_i la componente de la velocidad en la dirección x_i y ϵ_{ij} el tensor de difusividad turbulenta.

La Ec. (2.1), suponiendo conocidos u_i y ϵ_{ij} y las apropiadas condiciones iniciales y de contorno, provee como solución la distribución espacio-temporal de la concentración. Sin embargo, este grado de detalle no es necesario en las aplicaciones ingenieriles. Además, ni u_i ni ϵ_{ij} podrían conocerse con suficiente precisión, y los datos de campo no serían lo suficientemente detallados como para verificar los resultados. Si a esto se le agrega el enorme y costoso esfuerzo computacional que implicaría resolver la Ec. (2.1), se concluye que es necesario y conveniente introducir nuevas simplificaciones. Estas se logran integrándola en una o dos direcciones espaciales.

Si se integra la Ec. (2.1) en la dirección vertical, se obtiene una descripción bidimensional en planta, válida para estuarios y bahías anchos y bien mezclados verticalmente. Si se integra en la dirección transversal, se tiene una descripción bidimensional en corte, apta para estuarios angostos y estratificados. Finalmente, si se integra en ambas direcciones (vertical y transversal), se obtiene una descripción

unidimensional, útil para canales y estuarios bien mezclados en ambas direcciones.

2.2. Análisis unidimensional

Si se alinea el eje x con la dirección (local) del escurrimiento en la sección, y los ejes y , z con las direcciones transversales horizontal y vertical, respectivamente, y se integra la Ec. (2.1) sobre toda la sección transversal, se obtiene (2)

$$(2.2) \quad \frac{\partial}{\partial t}(\Omega \bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x}(\Omega \bar{u} \bar{c} - \Omega k_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) = 0$$

donde Ω es el área de la sección transversal, la barra indica valores promedios sobre esa sección, y k_x es el denominado coeficiente de dispersión longitudinal. Este coeficiente representa el efecto combinado de la difusión turbulenta y el gradiente transversal de velocidades. Este último efecto surge, matemáticamente, debido a la no linealidad de los términos advectivos, pero se lo agrupa y modela junto a los difusivos por producir, tal cual se discutió, consecuencias similares.

Es común expresar el coeficiente k_x como superposición de efectos, a saber:

$$(2.3) \quad k_x = \bar{E}_x + k_{xz} + k_{xy}$$

donde \bar{E}_x es la difusividad turbulenta longitudinal media, y k_{xz} , k_{xy} los coeficientes de dispersión longitudinal por los gradientes verticales y horizontales, respectivamente. Una estimación del valor de la difusividad turbulenta es la siguiente (2):

$$(2.4) \quad \bar{E}_x \approx 0,1 h u_*$$

donde h es el tirante y u_* la velocidad de corte, la cual puede expresarse en términos del coeficiente de Manning n como

$$(2.5) \quad u_* = \frac{\sqrt{g} n \bar{u}}{R^{1/6}}$$

siendo R el radio hidráulico. Aunque la estimación dada por la Ec. (2.4) no es muy precisa, el efecto de la difusión turbulenta longitudinal es, en general, muy pequeño en relación al producido por la dispersión debida a los gradientes.

La estimación teórica de los coeficientes de dispersión se basa en dos hipótesis (2,3):

- a) Los efectos dispersantes del gradiente transversal de velocidades y de la difusión turbulenta transversal se contrabalancean.
- b) La distribución de equilibrio así establecida es tal que las desviaciones respecto del valor medio (sobre la sección) son pequeñas comparadas con ese valor medio.

La primera hipótesis es válida si se espera un tiempo de establecimiento luego de la inyección de contaminante ($t > 1,8 L^2/hu_*$, donde L es la distancia desde el centro del flujo a la costa más cercana). La segunda hipótesis se invalida en zonas donde se producen grandes gradientes de concentración (efluentes flotantes, estuarios fuertemente estratificados, etc.). Basado en las hipótesis anteriores, Elder obtuvo, para un canal ancho y poco profundo en régimen permanente (2,3)

$$(2.6) \quad k_{xz} = 5,9 h u_*$$

Variando la forma del canal y los perfiles de velocidades asociados, Bowden verificó que la constante de proporcionalidad podía variar entre 6 y 200, aproximadamente (2).

Fischer (3) observó que, en canales naturales y estuarios, el efecto del gradiente horizontal es dominante, a tal punto que en muchos casos la dispersión debida al gradiente vertical puede despreciarse. Propuso una elaborada fórmula para calcular k_{xy} , la cual, con algunas aproximaciones, puede reducirse a

$$(2.7) \quad k_{xy} \approx 0,30 \frac{\overline{(u')^2}}{u_*^2} \left(\frac{L}{h}\right)^2 h u_*$$

donde u' es la desviación de la velocidad longitudinal respecto de su valor medio \bar{u} .

La impermanencia del flujo puede modificar los resultados anteriores, si su escala de tiempos T es menor o comparable al tiempo relevante para la difusión T_d . Esto puede suceder, típicamente, con las mareas. Holley et al (4) proponen

$$(2.8) \quad k_{xz} \text{ (marea)} = \begin{cases} k_{xz} \text{ (permanente)} & \text{para } T/T_d \gg 0,1 \\ 10 (T/T_d)^2 k_{xz} \text{ (permanente)} & \text{para } T/T_d < 0,1 \end{cases}$$

donde T es el periodo de la marea, y T_d puede estimarse como h^2/\bar{e}_y . Una expresión similar puede utilizarse para k_{xy} , ahora estimando T_d como L^2/\bar{e}_z . Siendo así, puede suceder que en muchos estuarios k_{xz} no se vea afectado por la marea, pero k_{xy} se vea reducido considerablemente (2).

2.3. Análisis bidimensional en planta

Si se elige el eje z vertical, y se integra la Ec. (2.1) sobre ese eje desde el fondo hasta la superficie libre, se obtiene (5)

$$(2.9) \quad \begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (h\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}\bar{c}) + \frac{\partial}{\partial y} (h\bar{v}\bar{c}) - \frac{\partial}{\partial x} (h k_{11} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) - \\ & - \frac{\partial}{\partial x} (h k_{12} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial y} (h k_{21} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y} (h k_{22} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) \end{aligned}$$

donde la barra indica ahora promediación sobre el tirante y K_{11} , K_{12} , K_{21} , K_{22} , constituyen las componentes del tensor de dispersión K .

El tensor K es simétrico ($K_{21}=K_{12}$); en consecuencia, puede diagonalizarse. Las direcciones principales coinciden con la tangente (ξ) y la normal (η) a la línea de corriente local. Llamando K_{ξ} y K_{η} a los autovalores, la relación de transformación es la siguiente:

$$(2.10) \quad \begin{cases} K_{11} = K_{\xi} \cos^2\theta + K_{\eta} \sin^2\theta \\ K_{12} = (K_{\xi} - K_{\eta}) \sin\theta \cos\theta \\ K_{22} = K_{\xi} \sin^2\theta + K_{\eta} \cos^2\theta \end{cases}$$

donde θ es el ángulo (positivo en sentido antihorario) que el eje ξ forma con el eje x .

El coeficiente K_{ξ} tiene incorporado el efecto dispersivo del gradiente vertical de velocidades. En consecuencia, puede evaluarse por medio de una fórmula como la de la Ec. (2.6). Por su parte, K_{η} sólo da cuenta de la difusión turbulenta transversal en la dirección horizontal ($\bar{\epsilon}_y$). Mediciones realizadas en canales de laboratorio muestran que (3)

$$(2.11) \quad \bar{\epsilon}_y \approx 0,23 h u_*$$

En grandes ríos se han estimado mayores valores de la constante de proporcionalidad en la Ec. (2.11).

CAPITULO 3

SEGUIMIENTO DE UNA MANCHA DE CONTAMINANTE

3.1. Definición del problema

Se denominará mancha a toda zona contaminada cuya extensión sea pequeña respecto de la escala de longitudes hidrodinámica. Se la describirá mediante un análisis bidimensional en planta. En consecuencia, su evolución estará gobernada por la Ec. (2.9), la cual, combinada con la Ec. de continuidad hidrodinámica

$$(3.1) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (h\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial y} (h\bar{v}) = 0$$

se convierte en

$$(3.2) \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} = \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (h k_{11} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} (h k_{12} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) + \\ + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} (h k_{21} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) + \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} (h k_{22} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y})$$

En lo que sigue se suprimirá, por simplicidad, la barra que indica promediación sobre el tirante.

3.2. Descripción de la mancha

Se supondrá que la distribución de concentración media vertical de una mancha es Gaussiana y, en consecuencia, estará descrita por la expresión (5)

$$(3.3) \quad c(x,y,t) = \frac{M\sqrt{D}}{\pi h_0} \exp \left\{ - \left[a_{11} (x-x_0)^2 + 2a_{12} (x-x_0)(y-y_0) + \right. \right. \\ \left. \left. + a_{22} (y-y_0)^2 \right] \right\}$$

donde M es la masa total de contaminante contenida en la mancha (que permanece constante), x_0, y_0 son las coordenadas del centro de la mancha, $h_0 = h(x_0, y_0, t)$ es el tirante en el centro de la mancha, a_{11}, a_{12}, a_{22} , son los parámetros de forma, y

$$(3.4) \quad D = a_{11}a_{22} - a_{12}^2$$

es una cantidad siempre positiva. Los parámetros de forma definen la extensión y orientación de la mancha. Las líneas de isoconcentración son elipses concéntricas; la orientación de sus ejes principales respecto de los ejes coordenados está dada por

$$(3.5) \quad \text{tg}(2\theta) = \frac{2a_{12}}{a_{11} - a_{22}}$$

donde θ es positivo en sentido antihorario (Fig. 3.1). Nótese que la Ec. (3.5) pierde sentido para el caso en que las elipses degeneran en circunferencias ($a_{11}=a_{22}$). Definiendo nuevos ejes coordenados \hat{x}, \hat{y} , que coinciden con la dirección de los ejes principales de las elipses, los parámetros de forma en el nuevo sistema de referencia son

$$(3.6) \quad \begin{cases} \hat{a}_{11} = a_{11} \cos^2 \theta + a_{22} \sin^2 \theta + 2 a_{12} \sin \theta \cos \theta \\ \hat{a}_{22} = a_{11} \sin^2 \theta + a_{22} \cos^2 \theta - 2 a_{12} \sin \theta \cos \theta \end{cases}$$

Lógicamente, $\hat{a}_{12} = 0$. Las desviaciones estándar pueden calcularse, entonces, como

$$(3.7) \quad \begin{cases} \sigma_x = \left(\frac{1}{2 \hat{a}_{11}} \right)^{1/2} \\ \sigma_y = \left(\frac{1}{2 \hat{a}_{22}} \right)^{1/2} \end{cases}$$

La Ec. (3.3) muestra que la concentración en el centro de la mancha alcanza el valor pico

$$(3.8) \quad c_0 = \frac{M \sqrt{D}}{\pi h_0}$$

3.3. Cálculo de la evolución de la mancha

La mancha es transportada por la corriente, rotada y distorsionada por los gradientes de velocidades y difundida por la turbulencia. Suponiendo que, en esta descripción Lagrangiana, la mancha conserva en todo instante una distribución Gaussiana de concentraciones, lo que debe calcularse es la evolución de su posición (caracterizada por x_0, y_0) y la de sus parámetros de forma, ya que en tal caso su valor pico c_0 , Ec. (3.8), quedaría también establecido.

A pesar de que los procesos físicos mencionados ocurren simultáneamente, resulta conveniente calcularlos como si sucedieran sucesivamente, como lo proponen Holly y Polatera (5). Esta es una técnica de desdoblamiento muy común en el cálculo numérico. A continuación se describen cada una de las fases de cálculo.

3.3.1. Advección

Si solo se tiene en cuenta la advección, la Ec. (3.2) se reduce a

$$(3.9) \quad \frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial y} = 0$$

que puede reescribirse como

$$(3.10) \quad \frac{dc}{dt} = 0 \quad \text{a lo largo de} \quad \frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v$$

donde d/dt significa, entonces, derivación a lo largo de la trayectoria del elemento de fluido. La Ec. (3.10) muestra, precisamente, que la concentración se conserva a lo largo de dichas trayectorias. En particular, se conserva el valor pico de concentración c_0 , a lo largo de la trayectoria que pasa por x_0, y_0 , es decir

$$(3.11) \quad \begin{cases} \frac{dx_0}{dt} = u(x_0, y_0, t) \\ \frac{dy_0}{dt} = v(x_0, y_0, t) \end{cases}$$

La integración de las Ecs. (3.11) permite conocer la nueva posición del centro de la mancha.

Ahora resta encontrar ecuaciones para la evolución de los parámetros de forma. En primer lugar, diferenciando la Ec. (3.3) y especializándola en $x = x_0$, $y = y_0$, pueden obtenerse fácilmente las siguientes relaciones:

$$(3.12) \quad \begin{aligned} c_{xx}(x_0, y_0) &= -2c_0 a_{11} \\ c_{xy}(x_0, y_0) &= -2c_0 a_{12} \\ c_{yy}(x_0, y_0) &= -2c_0 a_{22} \end{aligned}$$

Entonces, diferenciando la Ec. (3.9) y utilizando la Ec. (3.12), se llega a

$$(3.13) \quad \begin{cases} \frac{da_{11}}{dt} = -2(u_x a_{11} + v_x a_{12}) \\ \frac{da_{12}}{dt} = -[u_y a_{11} + (u_x + v_y) a_{12} + v_x a_{22}] \\ \frac{da_{22}}{dt} = -2(u_y a_{12} + v_y a_{22}) \end{cases}$$

donde las derivadas están evaluadas en el centro de la mancha. Las Ecs. (3.13) forman un sistema de tres ecuaciones diferenciales ordinarias lineales y acopladas. Ellas expresan matemáticamente el hecho de que los gradientes horizontales de velocidades producen una rotación y una distorsión de la forma de la mancha.

La resolución de las Ecs. (3.11) y (3.13) sobre un intervalo de tiempo, permite conocer completamente la distribución de concentraciones producida por la advección al final de ese intervalo.

3.3.2. Difusión

Si se supone que el tirante y las componentes del tensor de dispersión varían poco sobre la zona donde los gradientes de concentración son significativos, lo cual es consistente con el concepto de mancha, la Ec. (3.2), teniendo solo en cuenta la difusión, se reduce a

$$(3.14) \quad \frac{\partial c}{\partial t} = k_{11} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + 2k_{12} \frac{\partial^2 c}{\partial x \partial y} + k_{22} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

Es posible, aunque algo engorroso, demostrar que la Ec. (3.14) conduce a la siguiente

$$(3.15) \quad \frac{d}{dt} A^{-1} = 4K$$

donde

$$(3.16) \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix}$$

Más explícitamente, la Ec. (3.15) puede reescribirse como

$$(3.17) \quad \begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial_{11}}{D} \right) = 4K_{22} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial_{22}}{D} \right) = 4K_{11} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial_{12}}{D} \right) = -4K_{12} \end{cases}$$

Es sencillo deducir de la Ec. (3.17) la siguiente expresión:

$$(3.18) \quad \frac{dD}{dt} = -4D (K_{11} \partial_{11} + 2K_{12} \partial_{12} + K_{22} \partial_{22})$$

y como

$$(3.19) \quad K_{11}a_{11} + 2K_{12}a_{12} + K_{22}a_{22} = K_{\xi} \hat{a}_{11} + K_{\eta} \hat{a}_{22} > 0,$$

la Ec. (3.18) muestra que D disminuye por efecto de la difusión. Entonces, de la Ec. (3.8) se observa que el valor pico también disminuye, a menos que esto se reduzca continuamente, es decir, que la mancha se esté desplazando hacia una zona menos profunda.

Las Ecs. (3.17) constituyen un sistema de tres ecuaciones ordinarias (lineales en las incógnitas a_{11}/D , a_{22}/D , a_{12}/D) acopladas. Ellas expresan matemáticamente el efecto difusivo de la turbulencia y el gradiente vertical de velocidad. Su resolución sobre un intervalo de tiempo, permite conocer completamente la distribución de concentraciones producida por la difusión al final de ese intervalo.

3.3.3. Decaimiento

En el caso de que el contaminante sea orgánico, debe tenerse en cuenta un efecto extra no considerado hasta este punto: el decaimiento de la concentración debido a la mortandad. Si se supone que ésta es una reacción de primer orden, la Ec. que describe este fenómeno (dejando de lado la advección y la difusión) es

$$(3.20) \quad \frac{dc}{dt} = -\frac{c}{T_d}$$

donde T_a es la constante de tiempo del decaimiento. En general, se especifica el 'T90', definido como $T_{90} = T_a \ln 10$, y que representa el tiempo necesario para que la concentración se reduzca en un 90% (solamente por efecto de la mortandad).

La integración de la Ec. (3.20) sobre un intervalo de tiempo Δt da

$$(3.21) \quad c(t + \Delta t) = c(t) e^{-\frac{\Delta t}{T_a}} \approx c(t) \left(1 - \frac{\Delta t}{T_a} \right)$$

La Ec. (3.21) muestra que la concentración disminuye uniformemente debido al decaimiento. Esto significa que los parámetros de forma no varían. En consecuencia, en la descripción de la mancha solo es necesario tener en cuenta que el valor pico c_0 disminuye de acuerdo a la Ec. (3.21) debido al decaimiento. Téngase en cuenta que, de acuerdo a la Ec. (3.8), M disminuye en la misma proporción.

3.4. Método numérico

La integración de las ecuaciones que describen la evolución de la mancha, presentadas en la sección anterior, se lleva a cabo por medio de métodos numéricos. Esto es así porque tanto el campo de velocidades como la distribución de profundidades tienen un grado de arbitrariedad muy grande, ya que dependen fuertemente de las condiciones particulares de la zona de estudio.

En primer lugar, se trata de calcular el transporte mediante la integración de las Ecs. (3.11). Se supone que el campo de velocidades es conocido en todo el recinto, y está expresado por valores nodales sobre una malla rectangular y uniforme, de pasos Δx , Δy , tal cual se muestra en la Fig. 3.2 (este campo de velocidades proviene, en general, de la simulación numérica de las corrientes por medio de un modelo hidrodinámico (6)). La integración se realiza, entonces, celda por celda, suponiendo constantes las componentes de la velocidad en cada celda, hasta que se completa el intervalo de integración temporal Δt . La trayectoria así calculada consiste en una serie de segmentos de recta, cuyo punto final es la posición del centro de la mancha luego de un tiempo Δt , la cual tiene un valor de concentración c_0 igual al que tenía antes del transporte.

En segundo término, deben integrarse las Ecs. (3.13) para calcular la variación de los parámetros de forma. Para ello se utiliza un método de Runge-Kutta de orden cuatro. Durante la integración, los valores de los gradientes de las velocidades se evalúan en los puntos correspondientes de la trayectoria (es decir, los correspondientes a los tiempos t , $t + \Delta t/2$ y $t + \Delta t$). Los resultados obtenidos pueden verificarse chequeando que, efectivamente, la nueva concentración c_0 , calculada de acuerdo a la Ec. (3.8), permanece invariante.

De esta forma queda completada la fase advectiva. En tercer lugar, se deben integrar las Ecs. (3.17) para calcular los efectos de la difusión. También en este caso se utiliza un método de Runge-Kutta de orden cuatro, y los coeficientes de dispersión se evalúan en los puntos correspondientes de la trayectoria. Si se denomina

$$(3.22) \quad \begin{cases} \alpha_1 \equiv \frac{D_{11}}{D} \\ \alpha_2 \equiv \frac{D_{22}}{D} \\ \alpha_3 \equiv \frac{D_{12}}{D} \end{cases}$$

las Ecs. (3.17) proveen $\alpha_1^{n+1}, \alpha_2^{n+1}, \alpha_3^{n+1}$. Pero

$$(3.23) \quad \alpha_1 \alpha_2 - \alpha_3^2 = \frac{1}{D}$$

La Ec. (3.23) permite, entonces, calcular D^{n+1} , lo cual, a su vez, permite evaluar $a_{11}^{n+1}, a_{22}^{n+1}, a_{12}^{n+1}$ por medio de las Ecs. (3.22). Debe quedar claro que los valores de los parámetros de forma a partir de los cuales se integran las Ecs. (3.17), son los obtenidos luego de la fase advectiva. A continuación se calcula c_0 por medio de la Ec. (3.8).

Habiendo completado la fase difusiva, resta evaluar el decaimiento. Tal cual se ha explicado en la sección anterior, solo es necesario corregir el valor de c_0 (y el de M) de acuerdo a la Ec. (3.21).

3.5. Paso de cálculo temporal

En el proceso físico en consideración intervienen varios mecanismos, cada uno de los cuales posee su propia escala temporal. En el cálculo, es necesario asegurar que el paso temporal sea lo suficientemente pequeño como para resolver con precisión incluso la menor de esas escalas temporales. En lo que sigue, se estimarán las escalas temporales para cada uno de los mecanismos considerados.

En primer lugar, existe una escala temporal T_f ligada a la impermanencia del flujo, que se supone conocida.

En segundo término, el proceso de rotación y distorsión, descrito por las Ecs. (3.13), impone varias escalas temporales. Este sistema de ecuaciones puede escribirse sintéticamente como

$$(3.24) \quad \frac{d\mathbf{a}}{dt} + A\mathbf{a} = 0$$

donde

$$(3.25) \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{22} \\ a_{12} \end{bmatrix}, \quad A = - \begin{bmatrix} 2u_x & 0 & 2v_x \\ 0 & 2v_y & 2u_y \\ u_y & v_x & u_x + v_y \end{bmatrix}$$

Para hallar las escalas de tiempo ligadas a las Ecs. (3.24), es necesario diagonalizarlas. Esto significa que hay que hallar los autovalores de la matriz A , definida en la Ec. (3.25), los cuales resultan ser

$$(3.26) \quad \begin{cases} \lambda_1 = S \\ \lambda_{2,3} = S \pm (S^2 - 4R)^{1/2} \end{cases}$$

donde

$$(3.27) \quad \begin{cases} S = u_x + v_y \\ R = u_x v_y - u_y v_x \end{cases}$$

Para cada autovalor, en general complejo, pueden asociarse dos escalas temporales: una de atenuación T_{at} , y una de oscilación T_{os} , definidas de acuerdo a

$$(3.28) \quad \lambda_j = -\frac{1}{T_{atj}} + i \frac{2\pi}{T_{osj}}, \quad j=1,2,3$$

En efecto, nótese que la integración sobre un intervalo de tiempo Δt de las Ecs. (3.24) luego de diagonalizadas, provee, a primer orden, soluciones del tipo

$$(3.29) \quad e^{-\frac{\Delta t}{T_{atj}}} e^{i 2\pi \frac{\Delta t}{T_{osj}}}$$

La escala temporal dominante de este proceso se halla, simplemente, como

$$(3.30) \quad T_{rd} = \min_{1 \leq j \leq 3} \{ |T_{atj}|, |T_{osj}| \}$$

En tercer lugar, el proceso de difusión introduce sus propias escalas temporales. La integración de las Ecs. (3.17) sobre un intervalo de tiempo Δt da, a primer orden,

$$(3.31) \quad \begin{cases} \frac{\partial_{11}}{D} = 4K_{22} (t-t_1) \\ \frac{\partial_{22}}{D} = 4K_{11} (t-t_2) \\ \frac{\partial_{12}}{D} = -4K_{12} (t-t_3) \end{cases}$$

donde t_j , $j=1,2,3$, son valores que dependen de las condiciones en el tiempo inicial del cálculo ($t - \Delta t$). Teniendo en cuenta la definición de D , Ec. (3.4), las Ecs. (3.31) pueden combinarse para dar

$$(3.32) \quad \frac{1}{D} = 16 (K_{11} K_{22} \tau_1 \tau_2 - K_{12}^2 \tau_3^2)$$

donde

$$(3.33) \quad \tau_j = t - t_j, \quad j=1,2,3$$

De las Ecs. (3.31) y (3.32) surge que

$$(3.34) \quad \begin{aligned} \partial_{11} &= \frac{K_{22} \tau_1}{4(K_{11} K_{22} \tau_1 \tau_2 - K_{12}^2 \tau_3^2)} \\ \partial_{22} &= \frac{K_{11} \tau_2}{4(K_{11} K_{22} \tau_1 \tau_2 - K_{12}^2 \tau_3^2)} \\ \partial_{12} &= \frac{K_{12} \tau_3}{4(K_{12}^2 \tau_3^2 - K_{11} K_{22} \tau_1 \tau_2)} \end{aligned}$$

Las Ecs. (3.34) pueden reescribirse como

$$(3.35) \quad \begin{cases} \partial_{11} = \frac{\partial_{11}^{\circ}}{4 [K_{11} \partial_{11}^{\circ} \tau_2 - (K_{12}^2 / K_{22}) \partial_{11}^{\circ} (\tau_3^2 / \tau_1)]} \\ \partial_{22} = \frac{\partial_{22}^{\circ}}{4 [K_{22} \partial_{22}^{\circ} \tau_1 - (K_{12}^2 / K_{11}) \partial_{22}^{\circ} (\tau_3^2 / \tau_2)]} \\ \partial_{12} = \frac{\partial_{12}^{\circ}}{4 [K_{12} \partial_{12}^{\circ} \tau_3 - (K_{11} K_{22} / K_{12}) \partial_{12}^{\circ} (\tau_1 \tau_2 / \tau_3)]} \end{cases}$$

donde el supraíndice "o" indica valores en el paso inicial ($t - \Delta t$). De las Ecs. (3.35) surge que la escala de tiempos difusiva dominante es

$$(3.36) \quad T_{dif} = \min \left\{ |K_{11} a_{11}|, |K_{22} a_{22}|, |K_{12} a_{12}|, \left| \frac{K_{12}^2}{K_{22}} a_{11} \right|, \left| \frac{K_{12}^2}{K_{11}} a_{22} \right|, \left| \frac{K_{11} K_{22}}{K_{12}} a_{12} \right| \right\}$$

Finalmente, el proceso de decaimiento posee la escala temporal T_a . El paso de cálculo temporal Δt debe elegirse, entonces, como

$$(3.37) \quad \Delta t = \frac{1}{N} \min \{ T_f, T_{rd}, T_{dif}, T_a \}$$

donde N debería tomarse no inferior a 5, por razones de precisión.

3.6. Implementación computacional

La implementación computacional del procedimiento de cálculo elegido, presenta algunas características que es interesante discutir. En particular, es el cálculo del proceso de transporte el que tiene las características menos clásicas.

En primer lugar, es necesario aclarar que, en el cálculo del transporte, las celdas sobre las cuales se consideran constantes las componentes de la velocidad no son las que quedan determinadas por la malla (Fig. 3.2), sino las "complementarias", tal cual se muestra en la Fig. 3.3. Los valores de cada componente de la velocidad se hallan, en general, por promediación de los dos valores más cercanos.

La integración sobre el intervalo Δt requiere, en general, atravesar varias celdas. Para determinar en qué celda penetra la mancha (más específicamente, su centro) se distinguen dos casos: cuando lo hace por un vértice, y cuando lo hace por un lado; en cada caso recibe un tratamiento distinto. También hay que dar un tratamiento especial al caso en que, al comienzo del cálculo sobre el intervalo Δt , la mancha parte del interior de una celda.

Identificada la celda y calculadas las correspondientes componentes de la velocidad, es necesario trasladar a la mancha a través de esa celda. Debe determinarse, entonces, el tiempo invertido para atravesar la celda. Si éste excede el tiempo (remanente) necesario para completar el intervalo Δt , significa que la nueva posición de la mancha es interior a la celda en cuestión; en consecuencia, debe calcularse esa posición. En caso contrario, debe determinarse por donde sale la mancha y el tiempo invertido en atravesar la celda (que permite calcular el tiempo remanente para completar el intervalo Δt).

Nótese que el procedimiento de cálculo descrito es genuinamente "bidimensional". En este sentido, es una mejora sobre el método propuesto por Holly y Polatera (5), que consiste en descomponer al proceso de transporte en dos trayectorias "unidimensionales".

La implementación de los métodos de cálculo para la rotación-distorsión y la difusión no presenta dificultades especiales. Por su parte, la implementación del cálculo del decaimiento es trivial.

El programa computacional así desarrollado, denominado MANCHA, requiere los siguientes datos de entrada:

a) Datos generales:

- Paso de la malla ($\Delta x, \Delta y$) y número de nodos en cada dirección (N_x, N_y)
- Intervalo de tiempo para la impresión de resultados (Δt_{imp}) y cantidad de esos intervalos (N_t)
- Tiempos inicial y final de cálculo (t_0, t_f)
- Mapa, identificando el carácter de cada una de las celdas del recinto de cálculo (1:tierra ó 0:agua).
- Distribución de las cotas de fondo.
- Distribución del coeficiente de Manning
- constante de tiempo del decaimiento (T_a).

b) Datos hidrodinámicos:

- Distribución de las cotas de la superficie libre (z) en tiempos especificados.
- Distribución de las componentes de la velocidad (u, v) en tiempos especificados.

c) Datos iniciales de la mancha:

- Masa de contaminante (M)
- Desviaciones estandar ($\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y$)
- Orientación de la mancha (θ)
- Posición del centro (x_0, y_0)

El programa puede parar por tres razones:

- (i) Se completaron la cantidad de intervalos de tiempo N_t
- (ii) Se superó el tiempo final de cálculo t_f
- (iii) La mancha escapó del recinto a través de un contorno abierto, o penetró en un contorno costa (es decir, una celda "1"). Este último caso requiere, seguramente, ser recalculado con una malla más fina.

Tal cual se explicó en la sección 3.5, el paso de cálculo temporal Δt (en general, variable) se calcula automáticamente de acuerdo a la Ec. (3.37). Si $\Delta t_{imp} < \Delta t$, entonces se toma como paso de cálculo Δt_{imp} . En caso contrario, se subdivide Δt_{imp} en subintervalos de duración Δt (más, en general, un remanente de duración menor que Δt), se avanza la solución sobre esos subintervalos, y se imprimen los resultados al final del intervalo Δt_{imp} . De esta forma, se compatibilizan los requerimientos de un paso de cálculo variable, por razones de precisión, con un paso de impresión constante, que resulta más práctico.

El mapa y las distribuciones de cotas, velocidades y rugosidad provienen, en general, de la simulación numérica del flujo (por medio del programa HIDROBID II (6)).

Como resultados, el programa MANCHA provee la posición, orientación y extensión de la mancha en los tiempos especificados.

3.7. Pruebas

El programa MANCHA fue sometido a una serie de pruebas para verificar su funcionamiento. En particular, el módulo que calcula el transporte fue probado detalladamente, hasta comprobar que es capaz de manejar todas las situaciones que pueden presentarse.

La prueba global del método consistió en estudiar el problema de la dispersión de una mancha en un campo de velocidades unidireccional con un gradiente transversal constante, profundidad constante, coeficientes de dispersión constantes, y sin decaimiento. Más específicamente, se tomó

$$(3.38) \quad \begin{cases} u = 1 - 0,002y & ; \quad v = 0 \\ h = 10 \\ K_{11} = 3 & ; \quad K_{22} = 0,1 & ; \quad K_{12} = 0 \end{cases}$$

todo en unidades MKS. Este ejemplo, tomado de Holly y Polatera (5), tiene la siguiente solución analítica, para una mancha situada inicialmente en el origen:

$$(3.39) \quad C(x,y,t) = \frac{M}{4\pi t h [K_{11}K_{22}(1+\phi^2 t^2)]^{1/2}} \exp - \left\{ \frac{[x - (u_0 + \frac{u_y y}{2})t]^2}{4K_{11}t(1+\phi^2 t^2)} + \frac{y^2}{4K_{22}t} \right\}$$

donde

$$(3.40) \quad \begin{cases} u_0 = u(y=0) = 1 \\ u_y = \frac{du}{dy} = -0,002 \\ \phi^2 = \frac{u_y^2}{12} \frac{K_{22}}{K_{11}} = \frac{1}{9} \times 10^{-7} \end{cases}$$

Como condición inicial se eligió la distribución de concentración dada por la Ec. (3.39) para $t_0 = 10$ seg. Tomando $M = 1000$ unidades (es innecesario especificar la naturaleza de estas unidades), se tiene que

$$(3.41) \quad \left\{ \begin{array}{l} c_0 = 1,4529 \\ a_{11} = \frac{1}{4k_{11}t_0(1+\phi^2t_0^2)} \approx 8,333 \times 10^{-3} \\ a_{22} = \frac{1}{4} \left[\frac{u_y^2 t_0}{4k_{11}(1+\phi^2t_0^2)} + \frac{1}{k_{22}t_0} \right] = 0,2500 \\ a_{12} = -\frac{u_y}{8k_{11}(1+\phi^2t_0^2)} = 8,333 \times 10^{-5} \end{array} \right.$$

La Fig. 3.4 muestra la comparación entre las soluciones numérica y analítica hasta tiempos del orden de 3 hs. El acuerdo es satisfactorio.

Es interesante analizar por qué a_{12} permanece prácticamente constante durante tanto tiempo. Primero, se encarará el problema desde el punto de vista matemático. La integración de las Ecs. (3.13) sobre un intervalo Δt , a primer orden en Δt , da, para este problema particular,

$$(3.42) \quad \begin{array}{l} a_{11} = \text{cte} \\ \Delta a_{12} = -u_y a_{11} \Delta t \\ \Delta a_{22} = -2u_y a_{12} \Delta t \end{array}$$

donde el símbolo Δ significa variación de la cantidad que la sigue. Por su parte, la integración de las Ecs. (3.17) provee, luego de algunas manipulaciones,

$$(3.43) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Delta a_{11}}{a_{11}} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{4k_{22}}{a_{11}} \Delta t \\ \frac{\Delta a_{22}}{a_{22}} = \frac{\Delta D}{D} + \frac{4k_{11}}{a_{22}} \Delta t \\ \frac{\Delta a_{12}}{a_{12}} = \frac{\Delta D}{D} \end{array} \right.$$

mientras que la Ec. (3.18) da

$$(3.44) \quad \frac{\Delta D}{D} = -4a_{11} (k_{11} + k_{22} \frac{a_{22}}{a_{11}}) \Delta t$$

En el instante inicial se verifica que

$$(3.45) \quad \frac{k_{22}}{a_{11}} \approx \frac{k_{11}}{a_{22}} \approx 48$$

lo cual muestra, de acuerdo a las Ecs. (3.43), que las variaciones relativas de a_{11} y a_{22} son prácticamente iguales durante la etapa difusiva. Además, como

$$(3.46) \quad \frac{\Delta D}{D} \approx -0,2 \Delta t$$

los segundos términos dominan, y

$$(3.47) \quad \frac{\Delta a_{11}}{a_{11}} \approx \frac{\Delta a_{22}}{a_{22}} \approx 192 \Delta t$$

Durante la etapa advectiva, las Ecs. (3.42) muestran que a_{11} permanece constante, mientras que

$$(3.48) \quad \frac{\Delta a_{22}}{a_{22}} = -2u_y \frac{a_{12}}{a_{22}} \Delta t \approx -1,3 \times 10^{-6} \Delta t$$

es decir, la variación de a_{22} durante la etapa advectiva, dada por la Ec. (3.48), es despreciable frente a su variación en la etapa difusiva, dada por la Ec. (3.47). En realidad, esto será así al menos hasta que a_{22} disminuya significativamente. En consecuencia, se concluye que, durante un tiempo considerable, las variaciones relativas de a_{11} y a_{22} serán prácticamente idénticas, es decir que

$$(3.49) \quad \frac{a_{22}}{a_{11}} \approx \text{cte.} \approx 30$$

Ahora, relacionando la variación de a_{12} durante la etapa difusiva (que se identificará con el símbolo "dif"), dada por las Ecs. (3.43)-(3.44), con la variación de a_{12} durante la etapa advectiva (que se identificará con el símbolo "adv"), dada por la Ec. (3.42), se obtiene

$$(3.50) \quad \frac{(\Delta a_{12})_{\text{dif}}}{(\Delta a_{12})_{\text{adv}}} = \frac{4a_{12}(K_{11} + K_{22} \frac{a_{22}}{a_{11}})}{u_y} \approx -1$$

donde el valor final es el calculado para el instante inicial. Se observa que, efectivamente, las variaciones de a_{12} prácticamente se contrabalancean, manteniendo el valor de a_{12} casi constante. Es más, dado que la Ec. (3.49) se verifica durante un tiempo considerable, la Ec. (3.50) también se verificará, es decir, a_{12} permanecerá casi constante durante un tiempo considerable, que es lo que se observa en la Fig. 3.4.

Desde el punto de vista físico la explicación es la siguiente (ver Fig. 3.5). En el instante inicial, el eje mayor de la elipse está prácticamente alineado con el eje x. Bajo la influencia de un campo de velocidades con un gradiente transversal, la elipse tiende a rotar casi sin distorsionarse. Pero, sometida a una difusión que es significativamente mayor a lo largo del eje x que del eje y, la elipse se elonga fuertemente en la dirección x, recuperando su orientación inicial. Este proceso se repite hasta que la elongación producida por la difusión se debilita y no puede compensar la rotación impuesta por el campo de velocidades.

3.8. Ensayos

A título de ensayo numérico, se simuló el problema de la dispersión de una mancha de contaminante en un campo de velocidades uniforme ($u=20$ cm/s, $v=0$), con profundidad constante ($h=5$ m), con los coeficientes de dispersión calculados de acuerdo a las Ecs. (2.10), donde K_x y K_y vienen dados por las Ecs. (2.6) y (2.11), respectivamente, y con $n=0,03$. Inicialmente, la mancha está caracterizada por el siguiente juego de valores: $M=1000$, $\hat{C}_x = 5$ m, $\hat{C}_y = 10$ m, $\theta = 0$. Se supone que no hay decaimiento.

En estas condiciones, la advección solo producirá el transporte de la mancha. En efecto, al no existir un gradiente de velocidades, no habrá rotación ni distorsión. Por su parte, la mancha se difundirá mucho más significativamente en la dirección del movimiento (eje x) que normalmente a ella, ya que $K_{\xi} \gg K_{\eta}$. La Fig. 3.6 ilustra los resultados del cálculo. Allí la mancha se representa, para distintos instantes de tiempo, por medio de la curva de isoconcentración c_0/e (que es una elipse).

CAPITULO 4

INYECCION CONTINUA DE UN CONTAMINANTE

4.1. Representación del problema

La técnica del seguimiento de manchas puede ser utilizada para simular el problema de la inyección continua de un contaminante. Esto significa representarlo como una inyección de pulsos instantáneos, la cual preserva la masa total de contaminante inyectada por unidad de tiempo. Cada pulso da lugar a una mancha. Como el problema es lineal, la superposición de las distribuciones asociadas a cada mancha da la distribución total.

El problema de determinar las características de la mancha inicial generada por la inyección, requiere un tratamiento aparte. Desde el punto de vista teórico, debe simularse el "campo cercano". En la práctica, la alternativa es generarla a partir de mediciones de campo.

4.2. Régimen permanente

Cuando el régimen de escurrimiento es permanente y la masa de contaminante inyectada por unidad de tiempo es constante, la obtención del "penacho" de contaminación puede realizarse, directamente, superponiendo las distribuciones correspondientes a una única mancha, para distintos instantes de su evolución. Esto significa que pueden utilizarse los resultados provistos por el programa MANCHA, discutido en el capítulo anterior.

La distribución total de contaminante c^T puede obtenerse, entonces, como

$$(4.1) \quad c^T(x,y) = \sum_{j=1}^N c(x,y,t_j)$$

donde N es el número total de pasos de cálculo, y c viene dado por la Ec. (3.3), en la cual M , h_0 , x_0 , y_0 , a_{11} , a_{12} , a_{22} y D dependen del tiempo t_j . Es más, $M(t_0) = q \Delta t$, donde q es la descarga de contaminante.

Este procedimiento de cálculo fue implementado en el programa PLUMA. Para acelerar el cálculo, para un dado punto x, y solo se superponen aquellas manchas tales que

$$(4.2) \quad [(x-x_{0j})^2 + (y-y_{0j})^2]^{1/2} \leq 3\sigma$$

donde $\sigma = \max\{\sigma_{xj}, \sigma_{yj}\}$.

A título de ensayo numérico, se tomó el ejemplo presentado en la sección 3.8. La Fig. 4.1. muestra algunas curvas de isoconcentración. Se observa que la dilución es relativamente "lenta", es decir, las mayores concentraciones persisten sobre una distancia considerable. El ensayo se repitió, pero tomando $T_{90} = 1/2$ hora. Los resultados se ilustran en la Fig. 4.2. Comparando con el caso anterior, se observan curvas significativas de concentración, tal cual era de esperarse.

4.3. Régimen impermanente

Cuando el flujo es impermanente (y/o la descarga de contaminante no es constante), cada una de las manchas generadas por sucesivos pulsos tienen una evolución distinta. En consecuencia, es necesario realizar el seguimiento de todas ellas simultáneamente.

Este problema no presenta dificultades de principio, sino que requiere una implementación computacional algo más compleja. Se desarrolló, entonces, el programa MANCHAS. En él se actualiza continuamente la información hidrodinámica. Además, se genera una mancha adicional luego de cada intervalo de tiempo Δt_{imp} (que mide, entonces, el tiempo entre pulsos). Las manchas que escapan del dominio de cálculo, o cuya concentración pico no tiene un valor significativo, pueden ser descartadas por el usuario periódicamente, de modo de tener siempre un volumen de cálculo manejable.

Se llevaron a cabo dos ensayos numéricos. El primero consistió en simular una descarga constante ($q=1000$ unidades/segundo), en un campo de velocidades uniforme que rota uniformemente (sin variar su módulo de 40 cm/s) con un periodo de 1 hora. El resto de los datos son como en el ejemplo de la sección anterior (con $T_{90}=1/2$ hora). La Fig. 4.3 muestra los resultados luego de 1 hora de haberse producido la inyección de la primera mancha, cuando ya se alcanzó una distribución estabilizada (pero que rota uniformemente). Nótese como las partes del penacho más alejadas del punto de inyección son las más "retrasadas" respecto de la dirección de la corriente. Este efecto, debido únicamente al transporte, puede ser entendido fácilmente a partir de la Fig. 4.4, que esquematiza la ubicación de sucesivas manchas en sucesivos instantes de tiempo. La Fig. 4.5 muestra, precisamente, las manchas individuales correspondientes a la distribución de la Fig. 4.3.

En el segundo ensayo, se cambió el campo de velocidades rotante por uno oscilatorio (pero aún uniforme), de la forma

$$(4.3) \quad \begin{cases} u = [20 + 40 \sin(2\pi \frac{t}{T})] \text{ cm/seg} \\ v = 0 \end{cases}$$

donde $T=1$ hora. La Fig. 4.6 muestra los resultados para distintos instantes de tiempo. Nótese como el penacho primeramente se estira hacia la derecha; luego se contrae y se proyecta hacia la izquierda, sin desaparecer su lado derecho. Al volver a invertirse la corriente, se "desprende" una "mancha" del lado izquierdo, cuya concentración se atenúa por difusión, hasta que vuelve a "engancharse" con el penacho principal. El segundo ciclo ($3600 \text{ seg} < t < 7200 \text{ seg}$) ya corresponde a condiciones periódicas. Nótese que las diferencias con el primer ciclo solo se manifiestan en el extremo derecho del penacho, y en la inexistencia de la mancha sobre el lado izquierdo al principio de la inyección.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

La técnica descripta para simular la dispersión de contaminantes en un flujo cuasi-bidimensional a superficie libre, ha sido implementada en programas computacionales que constituyen valiosas herramientas para la predicción. Resta efectuar aplicaciones, lo cual ha de plantear problemas vinculados a la obtención de información de campo y a la calibración de los modelos numéricos.

REFERENCIAS

- 1.- Fischer, H. B., "Longitudinal dispersion and turbulent mixing in open-channel flow", Annual Review of Fluid Mechanics, 1973.
- 2.- Gallagher, L., Hobbs, G.D., "Estuarine Dispersion"
- 3.- Fischer, H. B., "The mechanics of dispersion in natural streams", J. Hydr. Div., ASCE, V. 93, HY6, November, 1967.
- 4.- Holley, E.R., Harleman, D.R.F., Fischer, H.B., "Dispersion in Homogeneous Estuary Flow", J. Hydr. Div., ASCE, V. 96, HY8, August, 1970.
- 5.- Holly, F.M., Jr. Usseglio-Polatera, J.-M., "Dispersion simulation in two-dimensional tidal flow", J. Hydr. Eng., ASCE, V. 110, 7 July, 1984.
- 6.- Menéndez, A.N., "Simulación numérica de flujos cuasi-bidimensionales a superficie libre", Informe Interno LHA-INCYTH S5-016-85, diciembre de 1985.

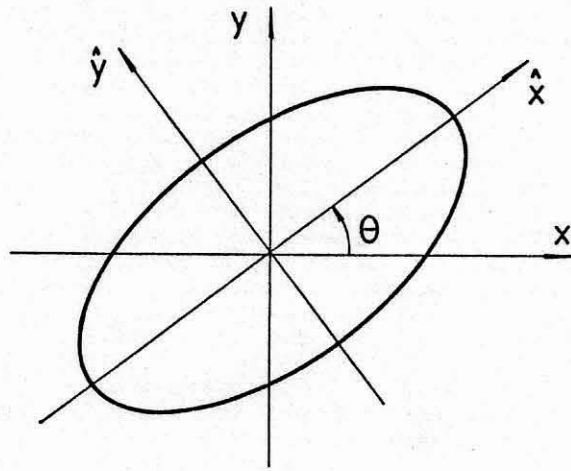


Fig 3.1

Orientación de una mancha.

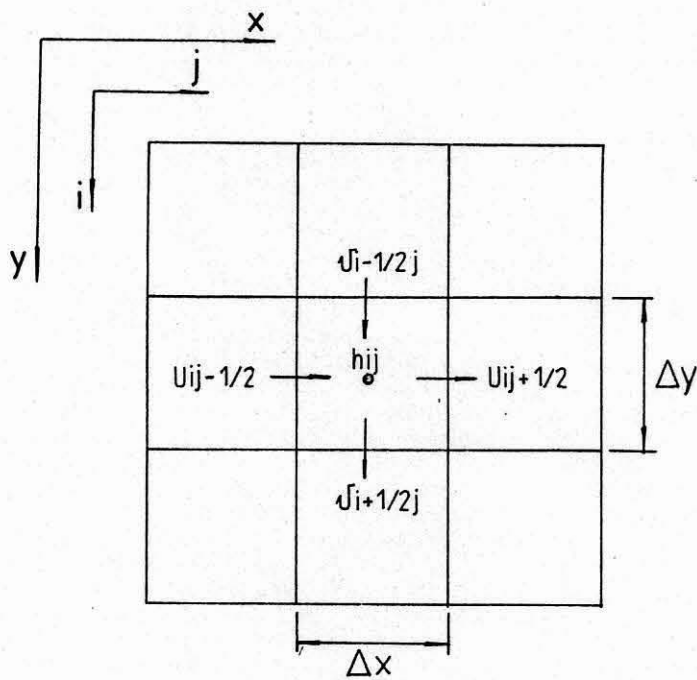


Fig 3.2

Malla de diferencias para las variables hidrodinámicas.

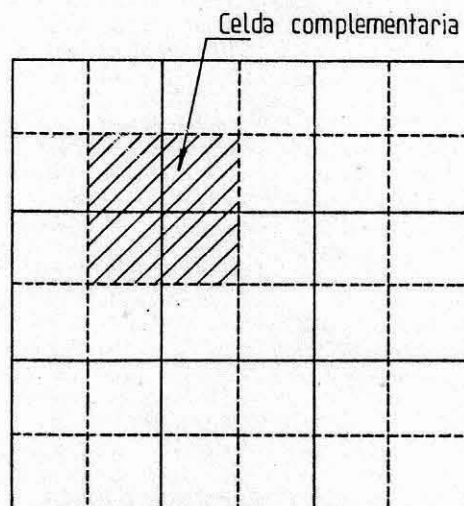


Fig 3.3

Malla de diferencias y celdas complementarias.

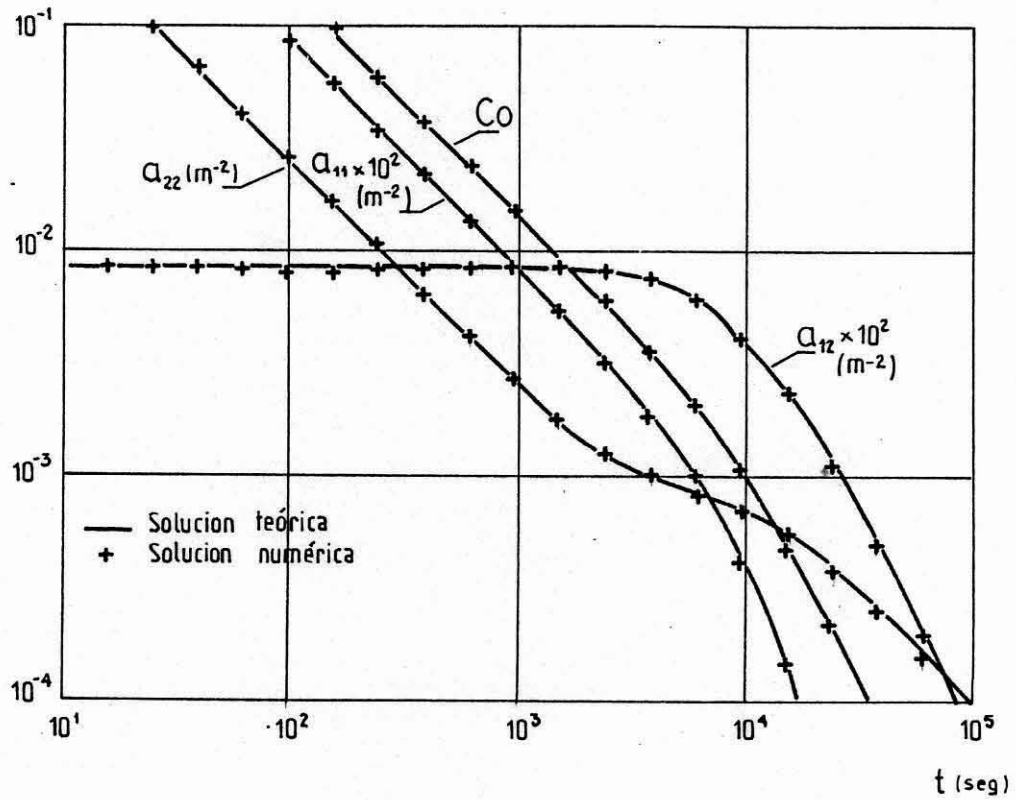


Fig 3.4

Evolución de la concentración y los parámetros de forma para una mancha en un campo de velocidades con un gradiente transversal constante.

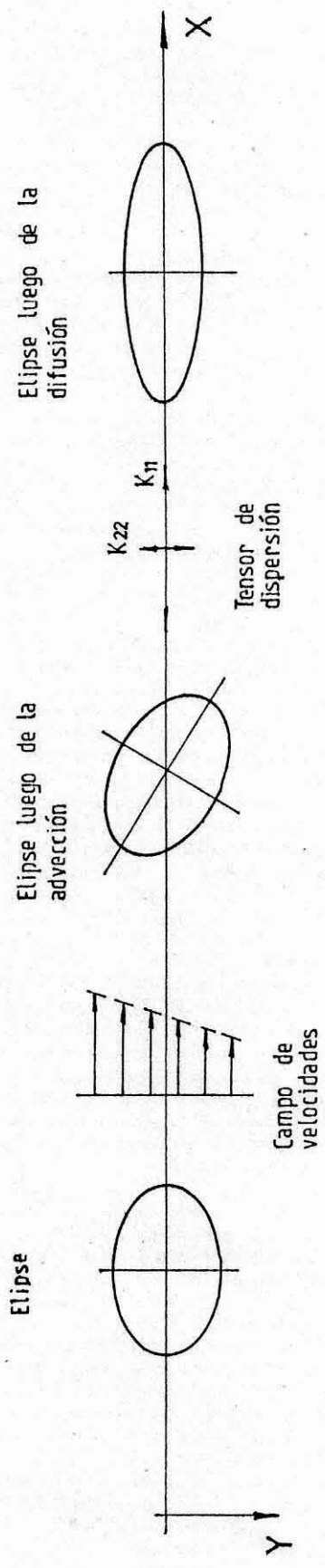


Fig 3.5

Esquemmatización de la evolución de la mancha en los primeros instantes.

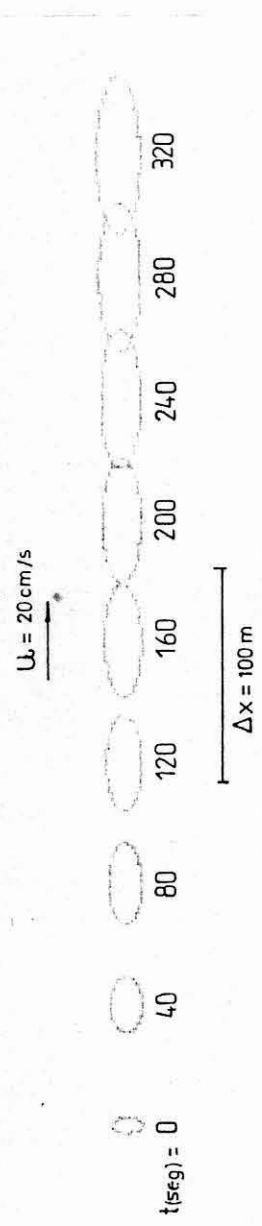


Fig 3.6

Evolución de una mancha en un campo de velocidades uniforme (curvas de isoconcentración c_0/e).

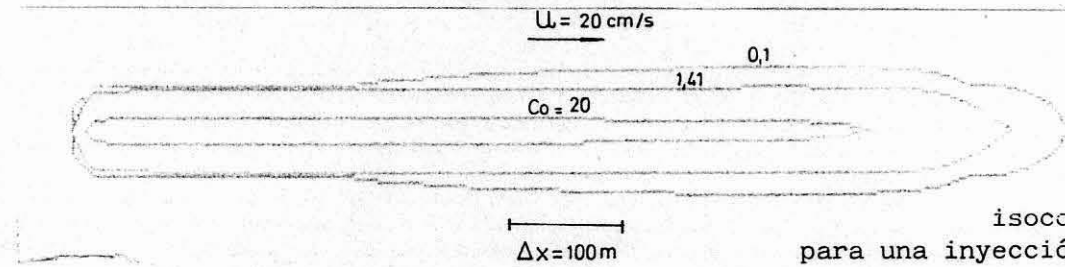


Fig 4.1

Líneas de isoconcentración para una inyección continua en un campo de velocidades uniforme.

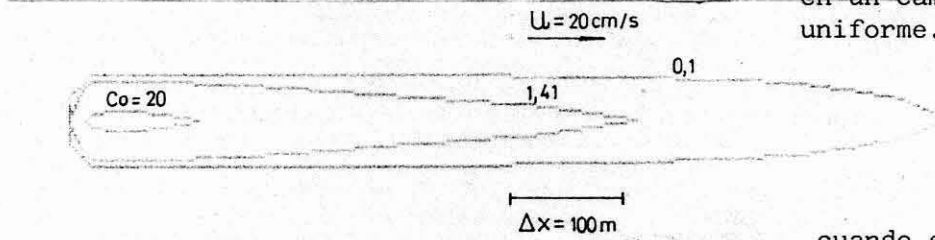


Fig 4.2

Líneas de isoconcentración cuando existe decaimiento.

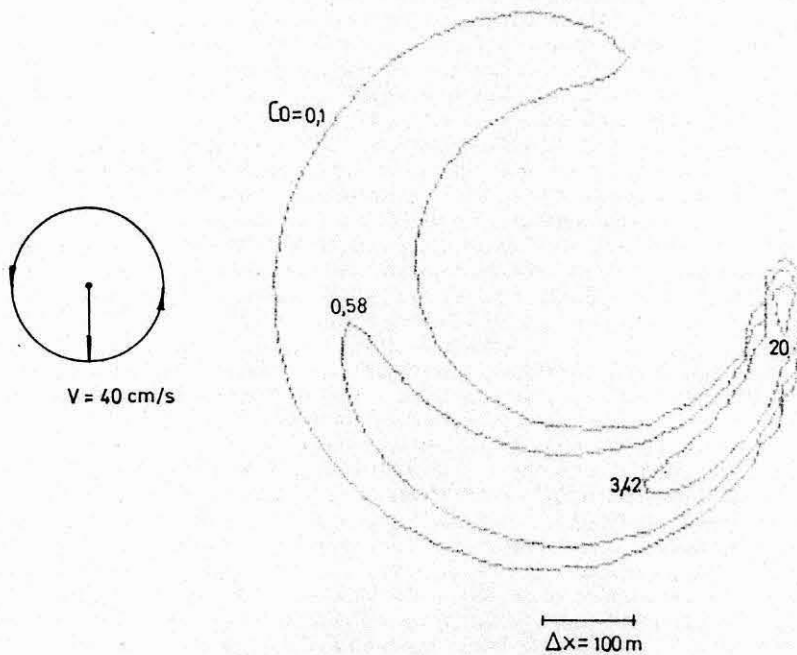


Fig 4.3

Líneas de isoconcentración en un campo rotante (t=1 hora).

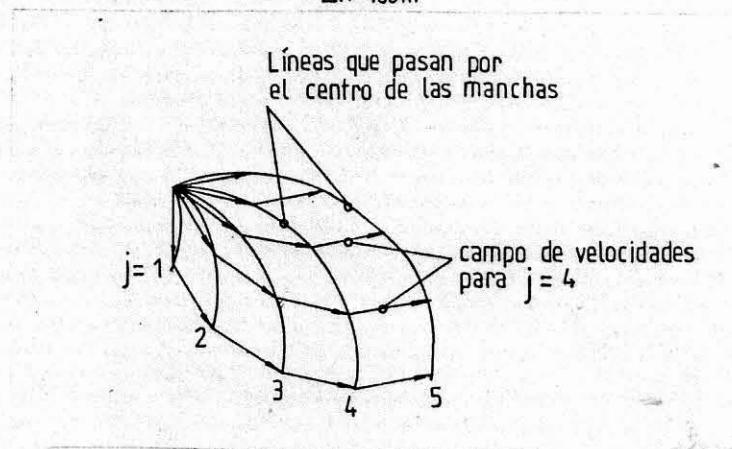


Fig 4.4

Esquema de la distribución de las manchas en instantes sucesivos t_j .

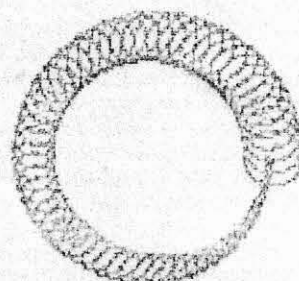


Fig 4.5

Distribución de las manchas para t=1 hora (se genera una mancha cada 10 seg.)

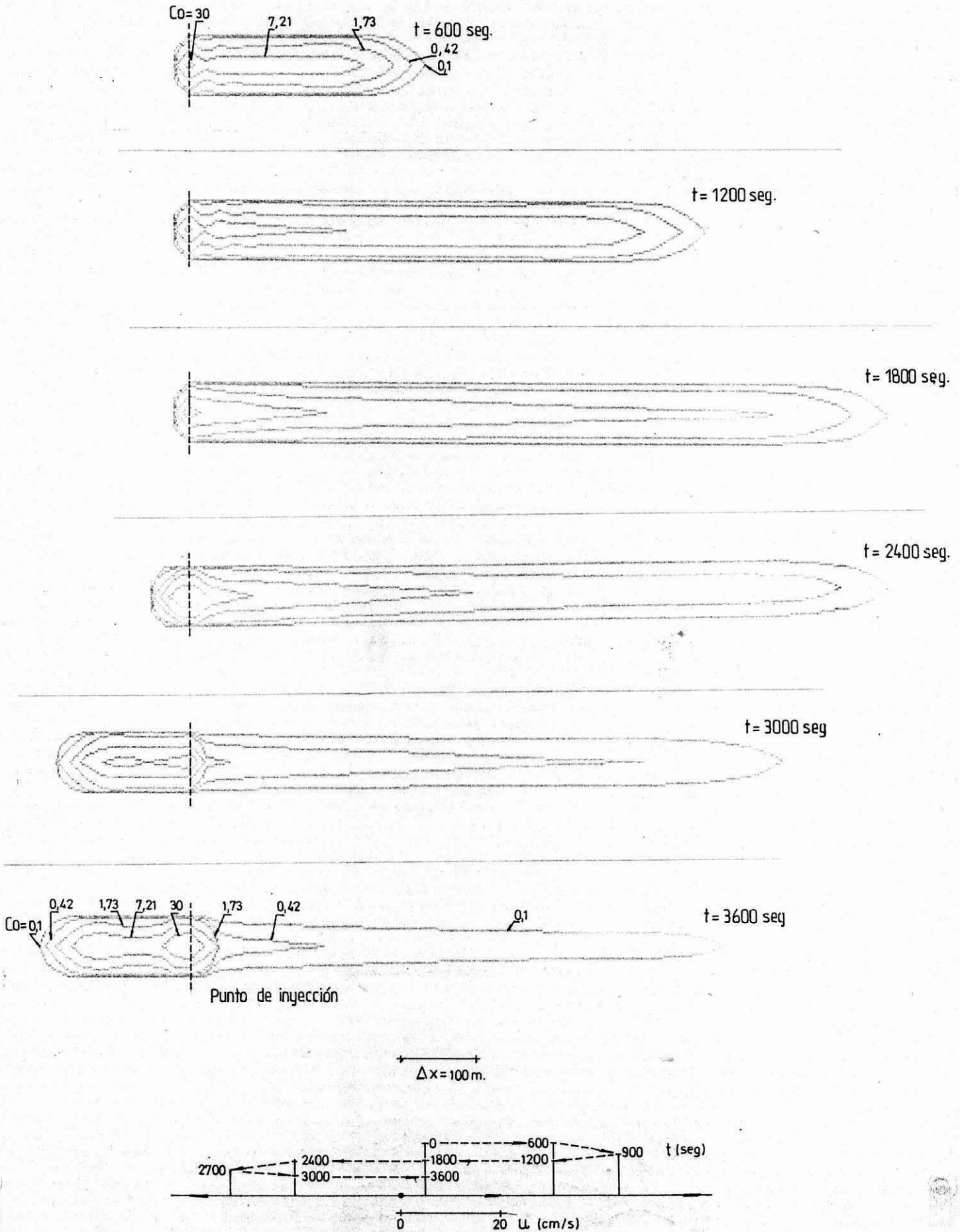
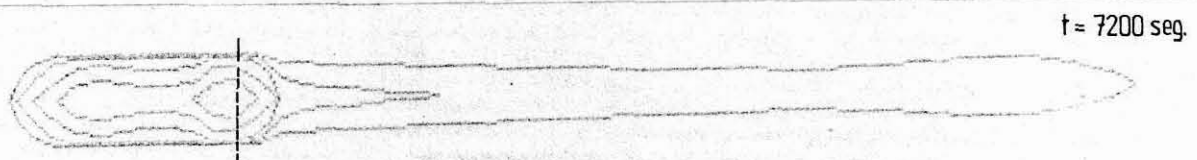
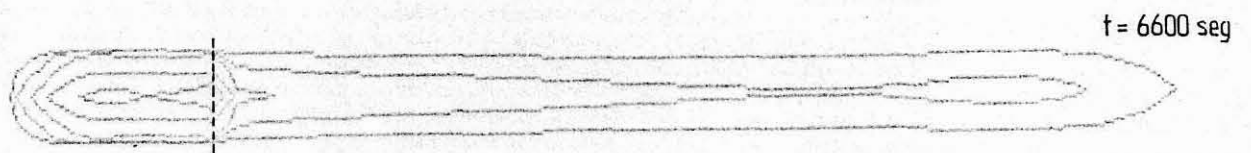
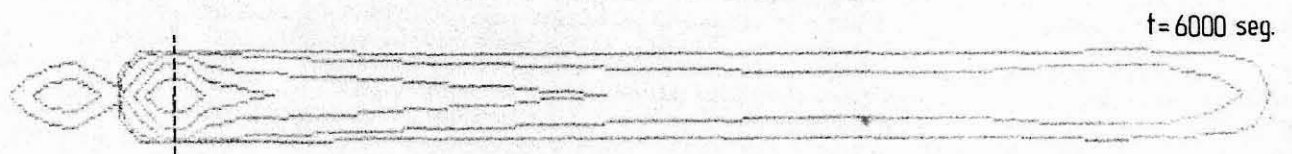
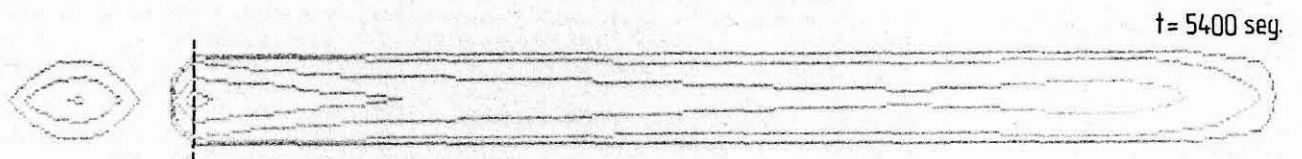


Fig 4.6 (continúa)

Líneas de isoconcentración en un campo oscilatorio.



Punto de inyección

$\Delta x = 100\text{m}$

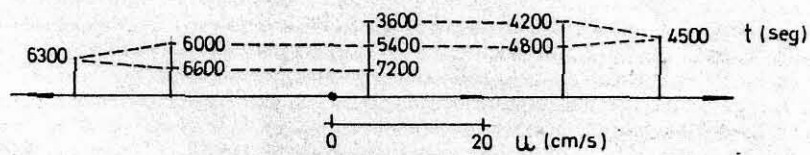


Fig 4.6 (continuación)