

**XXIII CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA  
CARTAGENA DE INDIAS COLOMBIA, SEPTIEMBRE 2008****ANÁLISIS DIMENSIONAL DE PRESIONES FLUCTUANTES  
BAJO RESALTO HIDRÁULICO LIBRE Y ESTABLE**

**Raúl A. Lopardo<sup>1</sup> Marcelo G. Marques<sup>2</sup> Edgar F. Trierweiler Neto<sup>2</sup> Martín Romagnoli<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Instituto Nacional del Agua, Ezeiza, Argentina, [rlopardo@ina.gov.ar](mailto:rlopardo@ina.gov.ar)

<sup>2</sup>Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidad Federal de Río Grande do Sul, [mmarques@gmail.com.br](mailto:mmarques@gmail.com.br)

<sup>3</sup> CONICET, CURIHAM-FCEIA, Universidad de Rosario, Argentina, [romagnolimartin@yahoo.com.ar](mailto:romagnolimartin@yahoo.com.ar)

**RESUMEN:**

El presente trabajo pretende uniformizar los criterios de presentación de resultados experimentales de presiones fluctuantes bajo resalto hidráulico, considerando que el habitual parámetro  $C'_p$  presenta interés conceptual en cuanto implica la proporción de energía cinética que ingresa al resalto que se traduce en fluctuación de presiones mientras que el otro, relación entre el rms de amplitudes de fluctuación y la presión media sobre el fondo en la sección inicial permite ordenar los datos experimentales de forma más adecuada, mostrando con mayor claridad la influencia en las curvas de los diferentes números de Froude de ingreso. Se propone además utilizar el “salto”  $z_2 - z_1$  para adimensionalizar la distancia  $x$  medida desde el inicio del resalto, pues permite apreciar mejor la zona de decaimiento de la intensidad de turbulencia, sin caer en la comparación con lo que sería la longitud “teórica” del resalto que, con experiencias de decaimiento de turbulencia efectuadas con ADV, no parece ser físicamente correcta. Se presentan además resultados de valores extremos de amplitudes negativas con diversa probabilidad de ocurrencia, destacando  $p'_{0.1\%}$ , que se recomienda para definir con datos de laboratorio la “tendencia a la cavitación por pulsos de presión”.

**ABSTRACT:**

The present paper deals on the discussion about the dimensional presentation of experimental data of pressure fluctuations below hydraulic jumps. The usual non-dimensional parameter  $C'_p$  is convenient in a conceptual point of view because it shows the proportion of the incident kinetic energy converted in macroturbulent pressure fluctuations. Nevertheless, other parameter, relationship between the rms value of pressure amplitudes and the mean pressure in the first section of the jump, allows better data organization, showing more coherent figures for different incident Froude Numbers. The authors propose the relationship between  $x$  and the difference of sequent levels  $z_2 - z_1$  as non-dimensional abscise, because it shows more clear the turbulence decay zone downstream the jump, without the necessity to the “theoretical” hydraulic jump length definition, according with the conclusions through velocity experimental data obtained by means of ADV. On the other hand, experimental data of extreme negative values of amplitudes with diverse probability of occurrence are presented, between them the well known  $p'_{0.1\%}$ , wich is recommended for the analysis of intermittent cavitation tendency from laboratory experiments.

**PALABRAS CLAVES:**

Presiones fluctuantes, resalto hidráulico, análisis dimensional.

## INTRODUCCIÓN

Numerosos investigadores han efectuado estudios teóricos y experimentales acerca del resalto hidráulico, pero la inmensa mayoría de ellos han dedicado su esfuerzo a análisis de carácter integral, no siendo demasiada la bibliografía vinculada con los procesos internos del flujo y las características de los procesos turbulentos en el interior del resalto.

Para el conocimiento físico del resalto hidráulico libre sobre un cuenco amortiguador plano y horizontal, se requiere investigar tanto las condiciones del flujo medio como los movimientos fluctuantes del proceso turbulento. El conocimiento del flujo medio permite determinar el campo general del escurrimiento, calculando tirantes de agua, caudal y presiones medias, así como cuantificar macroscópicamente la pérdida de energía. El flujo interno del resalto es esencialmente impermanente y se encuentra sujeto a fluctuaciones macroturbulentas aleatorias y en la actualidad aún no está totalmente conocido.

Es de destacar que los primeros estudios experimentales de presiones fluctuantes publicados en idioma occidental corresponden a un trabajo de medio siglo atrás (Preobrazhenski, 1958) y posteriormente por otros autores (Vasiliev & Bukreyev, 1967, Lopardo et al, 1977, Lopardo et al, 1982, Marques, 1995). A partir de esas primeras experiencias, se han efectuado aportes que se consideran significativos sobre el tema, dentro de los cuales en alguna medida pueden señalarse las investigaciones desarrolladas en América Latina, de las que particularmente se tendrán en cuenta las efectuadas al sur del continente.

En tal sentido, los autores presentan una forma de planteo para intentar una formulación similar de los extensos resultados experimentales con que se cuenta en Brasil y Argentina, inicialmente diferentes por la elección de los parámetros adimensionales seleccionados en cada caso.

A lo largo del presente trabajo se restringirá el análisis a las amplitudes de fluctuación de presiones instantáneas, obviando las variables que tienen relevancia en la respuesta en frecuencia de la señal aleatoria.

## ANÁLISIS DIMENSIONAL PRIMARIO

Si se acepta, como es habitual, que la amplitud de fluctuación de presiones en el piso bajo un resalto hidráulico libre y estable (Figura 1) está representada por el valor medio cuadrático  $\sqrt{p'^2}$ , se considera que esa variable es dependiente de la posición  $x$  a partir del inicio del resalto, de características del escurrimiento, que pueden sintetizarse en la velocidad de ingreso al resalto  $U_1$  y el tirante conjugado inicial  $z_1$ , de propiedades físicas del fluido, representadas por la masa específica  $\rho$  y el coeficiente de viscosidad dinámica  $\mu$  y de las fuerzas de masa dominantes en el fenómeno que, por tratarse de flujo a superficie libre, se encuentran consideradas en la aceleración de la gravedad  $g$ .

En virtud de lo expuesto podría entonces expresarse la función:

$$\phi(\sqrt{p'^2}, x, U_1, z_1, \rho, \mu, g) = 0. \quad [1]$$

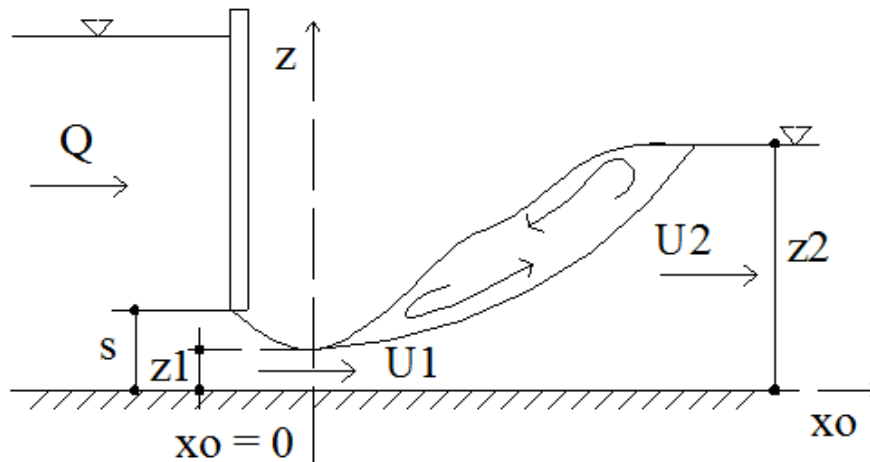


Figura 1.- Definición de variables en resalto libre y estable

Para aplicar el análisis dimensional de siete variables es necesario definir tres variables “repetidas” y asignar valores arbitrarios a las otras cuatro, de modo de resolver el sistema de tres ecuaciones con siete incógnitas. Ello dará origen a cuatro parámetros adimensionales.

En caso de tomar en consideración las normas habituales de uso del análisis dimensional con el objeto de llegar a parámetros reconocidos como números de similitud, para el caso en estudio resultan como variables repetidas  $U_1$ ,  $z_1$  y  $\rho$ . Luego, resultan los siguientes tres parámetros adimensionales, que incluyen las seis variables consideradas:

$$\phi' \left( \frac{\sqrt{p'^2}}{\rho \frac{U_1^2}{2}}, x/z_1, U_1/\sqrt{g z_1}, U_1 z_1/\nu \right), \quad [2]$$

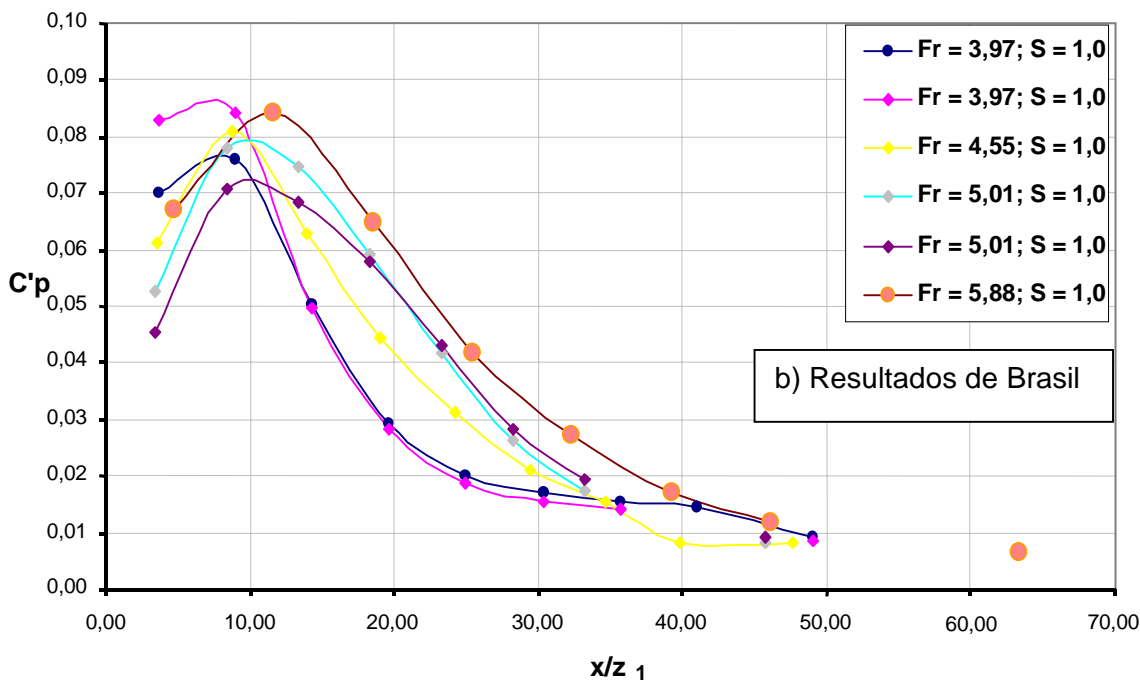
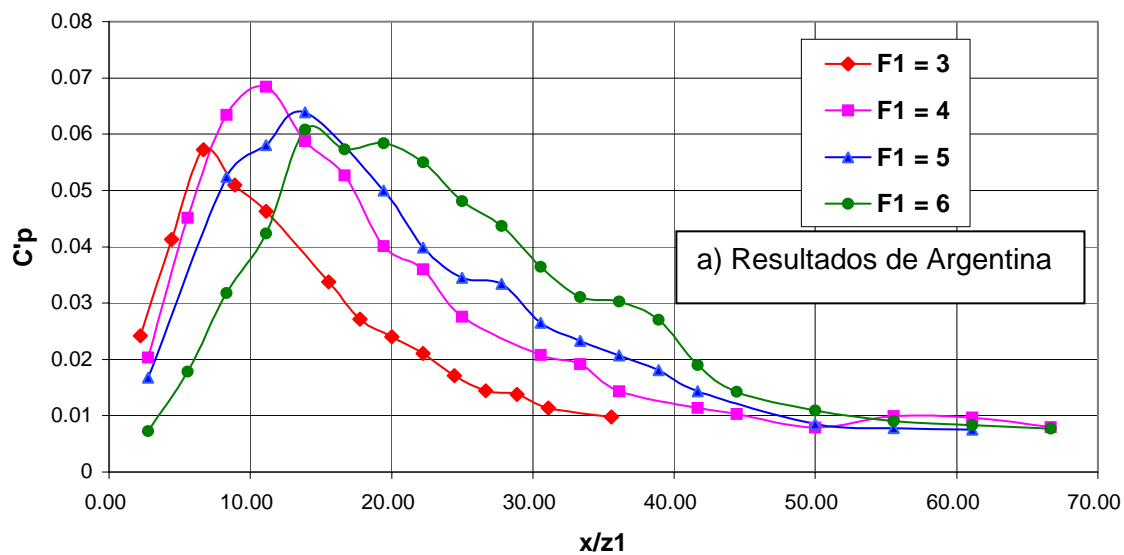
donde  $\nu$  es el coeficiente de difusividad de cantidad de movimiento, habitualmente mal denominado “viscosidad cinemática”.

El primer parámetro adimensional es universalmente conocido como  $C'_p$ , coeficiente de presiones fluctuantes, el segundo es la abscisa adimensionalizada, el tercero es naturalmente el número de Froude incidente  $F_1$  y el último el número de Reynolds  $R_1$  tomado en la sección de ingreso al resalto.

En caso de cumplirse con las condiciones de número de Reynolds suficientemente elevado, se ha podido constatar que el proceso resulta independiente de las fuerzas viscosas y ese parámetro puede ser despreciado. En definitiva, tal como se ha propuesto reiteradamente, la expresión funcional resultante es:

$$C'_p = f(x/z_1, F_1). \quad [3]$$

A efectos de observar la forma de esa función, obtenida experimentalmente, se presenta la figura 2, que ha barrido números de Froude incidentes entre  $F_1 = 3$  y  $F_1 = 6$ . Allí se pueden constatar las coincidencias notables entre resultados de dos instituciones distintas (una en Brasil y otra en Argentina), sobre un dispositivo experimental obviamente diferente y transductores de presión también distintos (Trierweiler, 2006).



**Figura 2.-** Presiones fluctuantes en la base de resalto libre  $C'_p = f(x/z_1, F_1)$  según resultados experimentales del INA (Argentina) y de la UFRGS (Brasil)

### ANÁLISIS DIMENSIONAL ALTERNATIVO

Si bien el análisis efectuado es inobjetable, resulta interesante analizar la posibilidad de modificar la estructura de los parámetros adimensionales obtenidos, utilizando otra de las propiedades del análisis dimensional, tal es la posibilidad de obtener nuevos parámetros por elevación a diversas potencias, multiplicación o división de los originalmente deducidos.

En tal sentido, es posible modificar un parámetro como  $C'_p$  multiplicándolo por ejemplo por el cuadrado del tercero, es decir  $F_1^2$ , lo que da como resultado:

$$\frac{\sqrt{p'^2}}{\gamma z_1} = C'_p F_1^2. \quad [4]$$

Del mismo modo, siendo el “salto” o diferencia entre tirantes conjugados  $z_2 - z_1$  una función de uno de ellos (por ejemplo  $z_1$ ) y del número de Froude incidente  $F_1$ , según la expresión de Bélanger:

$$z_2 = (z_1/2) (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1), \quad [5]$$

la abscisa adimensionalizada puede ser reemplazada por  $x/(z_2 - z_1)$ .

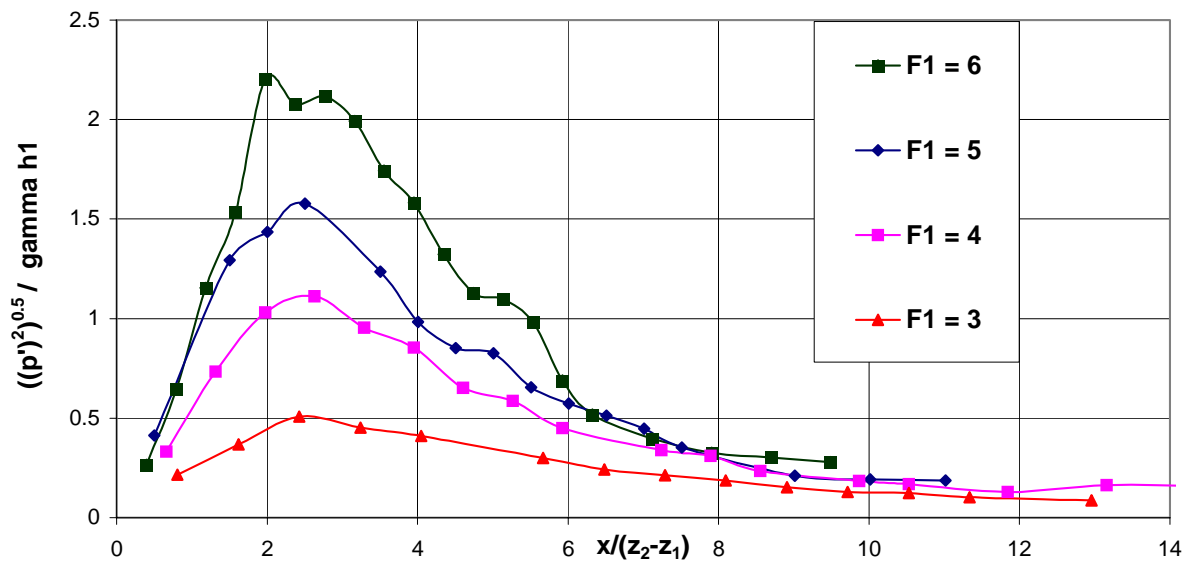
Es interesante destacar que varios autores han utilizado como abscisa adimensional la relación  $x/L_r$ , en la que se definía la “longitud del resalto”  $L_r$  a través de la expresión de Smetana

$$L_r = 6 (z_2 - z_1), \quad [6]$$

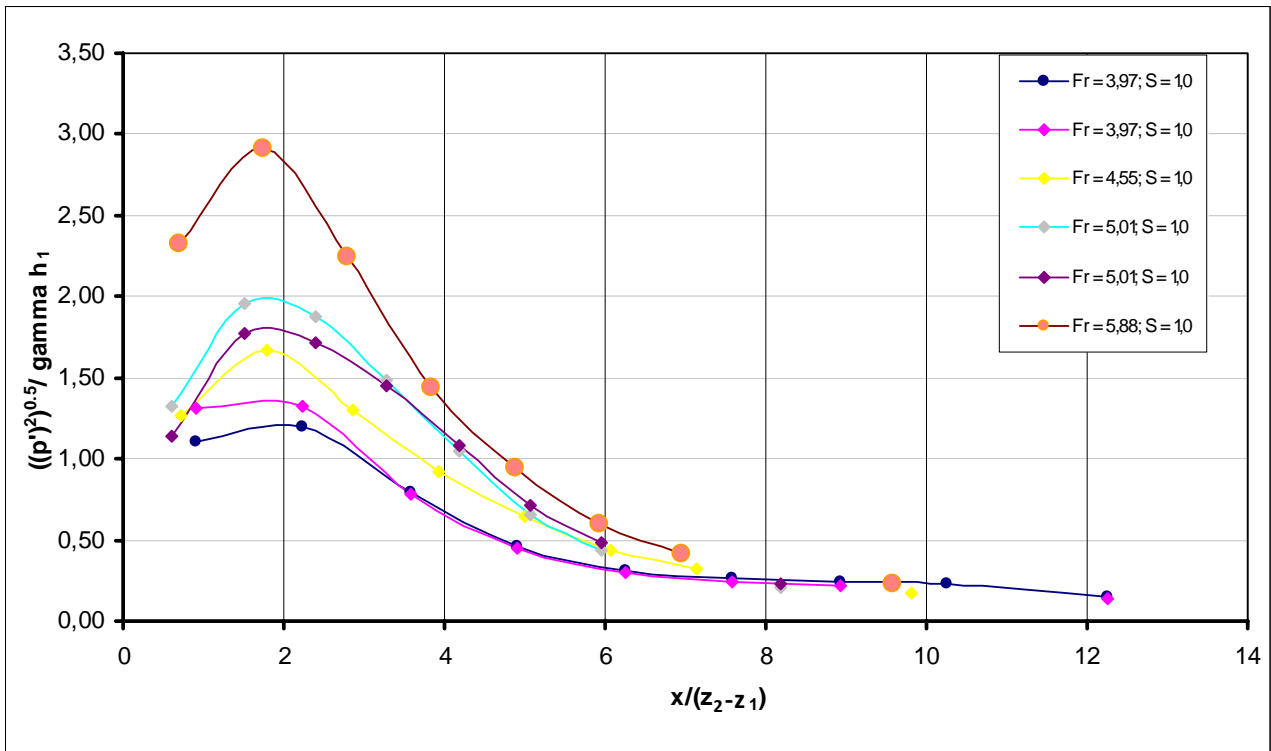
de modo que desde el punto de vista del análisis dimensional resulta absolutamente equivalente. Luego, siguiendo la segunda línea de pensamiento, resultaría una expresión funcional del tipo:

$$\frac{\sqrt{p'^2}}{\gamma z_1} = f' [(x/(z_2 - z_1), F_1)]. \quad [7]$$

La figura 3 ha sido construida con los mismos datos que se incluyeron en la figura 2, pero naturalmente con el cambio de abscisas y ordenadas que surgen de la nueva síntesis adimensional.



**Figura 3 a.-** Resultados experimentales de presiones fluctuantes con análisis alternativo (resultados del INA, Argentina)



**Figura 3 b.-** Resultados experimentales de presiones fluctuantes con análisis alternativo (resultados de la UFRGS, Brasil)

También en estas figuras se observa cualitativamente que la nueva formulación de variables permite apreciar mejor la influencia del número de fraude incidente sobre las amplitudes de fluctuación de presiones en el fondo.

### LONGITUD DE RESALTO COMO VARIABLE CARACTERÍSTICA

Como se analizara previamente, en lugar de utilizar la diferencia entre tirantes conjugados del resalto ha sido usual considerar como variable de longitud característica la denominada “longitud teórica” del resalto, que como se sabe es estrictamente experimental.

En tal sentido, en las publicaciones previas se ha utilizado corrientemente para esa variable la conocida fórmula atribuida a Smetana y enumerada como ecuación [6] que podría ser considerada antigua. Sin embargo, existen referencias muy recientes (Noor Afzal & Bushra, 2002) que incorporan nueva información experimental y proponen

$$L_r = 6,9 (z_2 - z_1), \quad [8]$$

evidentemente de igual estructura a la antigua expresión de Smetana, con un coeficiente numérico sólo levemente superior.

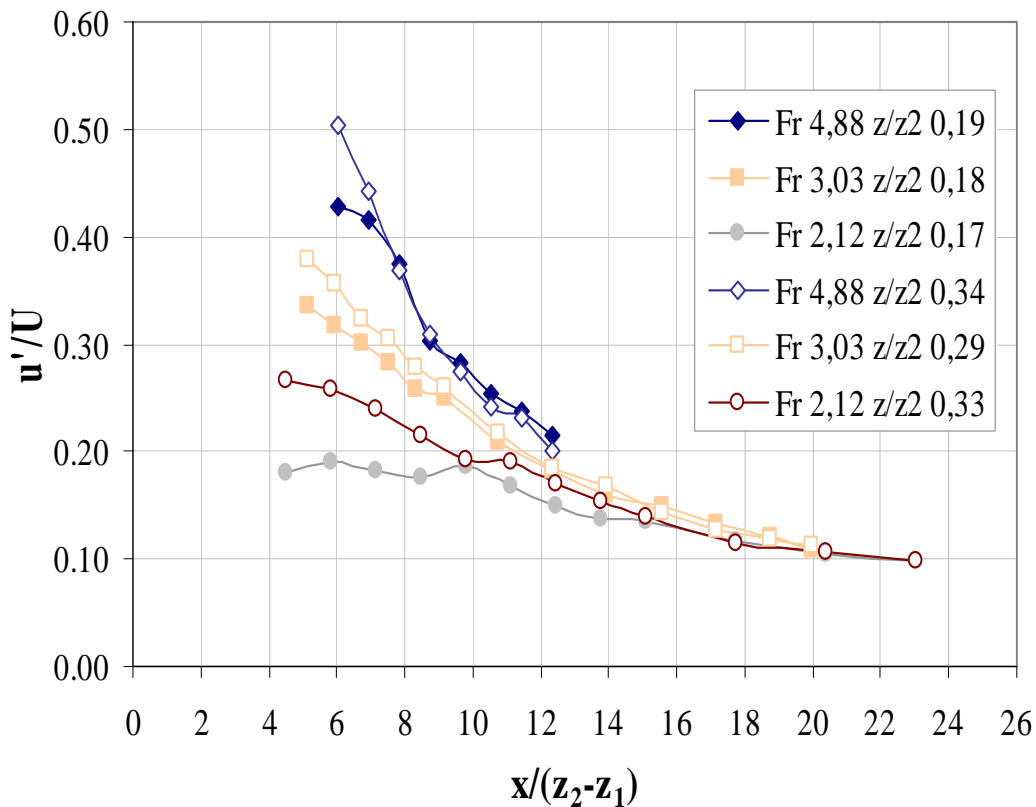
Para el presente estudio es posible afirmar que el parámetro adimensional  $x/L_r$  es dimensionalmente equivalente al aquí propuesto  $x/(z_2 - z_1)$ . Pero es importante destacar que físicamente uno de ellos implica el “final” del resalto y el otro una longitud genérica.

A pesar de lo expuesto, en numerosas investigaciones se ha detectado que la longitud real del resalto dista bastante de lo que expresan las expresiones de cálculo que toman sólo en cuenta las características del flujo medio y omiten los aspectos de turbulencia remanente.

La intensidad de la turbulencia isotrópica en escurrimientos a superficie libre se expresa habitualmente mediante la relación entre el valor medio cuadrático de la fluctuación de velocidades (representativa del flujo impermanente) y la velocidad media temporal en el punto considerado (representativa del flujo medio temporal):

$$I = \frac{\sqrt{u'^2}}{U} \quad [9]$$

La figura 4 presenta resultados experimentales obtenidos con la técnica de velocimetría Döppler acústica (ADV). Allí la intensidad de turbulencia  $I$  definida como se expresara en la ecuación anterior se ha graficado en función de la distancia adimensionalizada según el análisis alternativo propuesto  $x/(z_2-z_1)$  para diferentes números de Froude incidentes ( $F_1 = 2.12$ ,  $F_1 = 3.03$  y  $F_1 = 4.88$ ) para dos diferentes profundidades líquidas definidas como  $z/z_2 = 0,18$  and  $z/z_2 = 0,30$  (Romagnoli & Lopardo, 2007).



**Figura 4.-** Decaimiento de la intensidad de turbulencia aguas debajo de resalto libre

En la citada figura 4 pueden observarse algunas interesantes características acerca del decaimiento de la turbulencia aguas abajo del resalto hidráulico.

Allí se advierte que en la zona de la longitud “teórica del resalto”, que podría razonablemente ser considerada en el entorno  $6 < x/(z_2-z_1) < 7$ , la intensidad de la turbulencia es creciente con el número de Froude incidente y en modo alguno se acerca a los rangos correspondientes a flujo turbulento convencional en canales. Tal como se desprende de la figura, el proceso de disipación interna de energía alcanza distancias que pueden llegar hasta 18 ( $z_2-z_1$ ) o 20 ( $z_2-z_1$ ), donde además la influencia del número de Froude incidente sobre este efecto ya parece despreciable.

Las curvas empíricas presentadas parecen tener un comportamiento asintótico, con una tendencia marcada hacia un valor constante cercano a  $I = 0.10$ , con independencia del número de Froude de ingreso al resalto. Este resultado experimental se encuentra en total concordancia con los resultados de intensidades de turbulencia publicados por Blinco y Partheniades (1971) para flujo en canales a superficie libre sobre fondos lisos y alturas en el rango  $0,1 < z/z_2 < 0,3$ .

Resulta entonces razonable considerar que la utilización de  $x/L_r$  como abscisa adimensionalizada tiende a provocar un aparente aspecto comparativo con una longitud físicamente incorrecta para los aspectos de la turbulencia y parece más recomendable utilizar el valor  $x/(z_2-z_1)$ .

## VALORES EXTREMOS DE SEMIAMPLITUD NEGATIVA

El valor medio cuadrático de amplitud de presiones fluctuantes es un resultado estadístico convencional para un proceso aleatorio estacionario y ergódico como el de presiones fluctuantes bajo un resalto hidráulico. Así, la mayor parte de la bibliografía se ha centrado en su determinación y dependencia de otros factores incidentes.

Sin embargo, los fenómenos de cavitación por pulsos de presión, expuestos oportunamente desde la década del ochenta (Lopardo et al, 1982) ponen de manifiesto la necesidad de llegar a valores que, teniendo muy escasa probabilidad de ocurrencia, pueden llegar a presiones instantáneas negativas que alcancen la presión crítica de cavitación, aunque sea por breves instantes, provocando el fenómeno habitualmente designado como de cavitación intermitente.

En cuencos amortiguadores de obras importantes se han observado daños debidos a cavitación por pulsos de presión para presiones medias muy alejadas de la tensión de vapor, incluso superiores a la presión atmosférica.

Por diversas razones de carácter experimental, a través de resultados de cavitación registrada en transductores de prototipo, daños observados en prototipo y estudios experimentales efectuados sobre modelo físico, se ha considerado que una medición que en laboratorio llega a la presión crítica de cavitación con el 1% de probabilidad de ocurrencia (obtenida de la función densidad de probabilidad de amplitudes) ya presenta daños en el prototipo, por lo que desde hace ya dos décadas se ha propuesto la utilización de  $p'_{0.1\%}$ , es decir la semiamplitud negativa con 0.1% de ser superada por valores más negativos como la variable más recomendable en el análisis de tendencia a la cavitación a partir de resultados de laboratorio.

A efectos de ilustrar acerca de la relación entre esa variable  $p'_{0.1\%}$ , (adimensionalizada según el criterio alternativo propuesto), y su comparación con el parámetro construido con el valor medio cuadrático y semiamplitudes negativas  $p'_{5\%}$  y  $p'_{10\%}$ , se presenta la figura 5, con los mismos datos de las anteriores figuras 2 y 3, para un número de Froude incidente fijo  $F_I = 5$ .

De acuerdo con los valores presentados en la Figura 5 se puede extraer que la semiamplitud de presión instantánea con 0.1% de probabilidad de ocurrencia es del orden de tres veces del valor medio cuadrático y casi el doble de la semiamplitud  $p'_{5\%}$  con 5% de probabilidad de ocurrencia. Estas relaciones sólo son válidas para resalto libre y estable sobre fondo plano y horizontal aguas abajo de una compuerta de fondo vertical.

F1 = 5

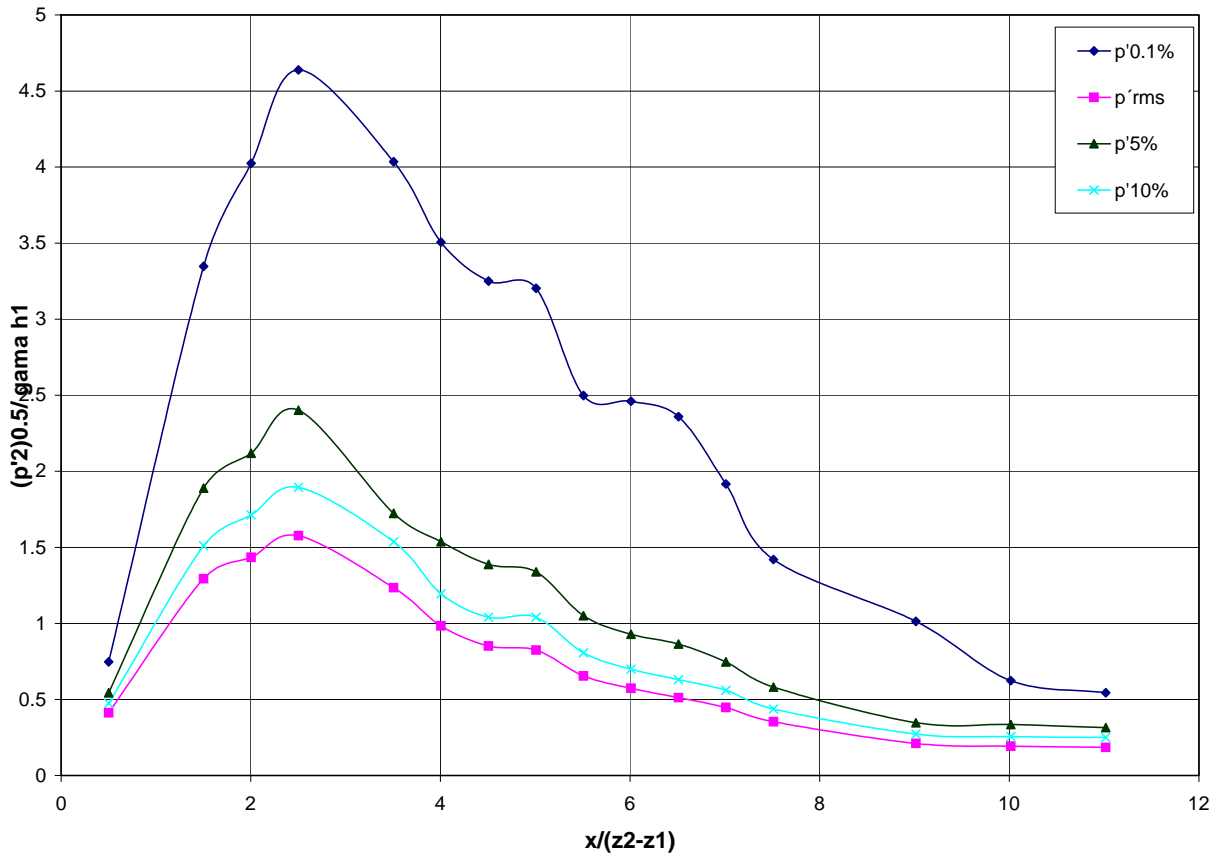


Figura 5.- Valores extremos de semiamplitudes negativas para  $F_1 = 5$

## CONCLUSIONES

La utilización del coeficiente de presiones fluctuantes  $C'_p$  como parámetro adimensional característico del proceso de presiones instantáneas en la base de un resalto hidráulico tiene desde el punto de vista físico una indudable relevancia: puede ser definido como la variación instantánea promedio de la presión con relación a la energía cinética incidente al resalto. De alguna manera implica la proporción de energía cinética que ingresa al resalto que se traduce en fluctuación de presiones. Así es posible expresar, por ejemplo, que la máxima transformación de energía cinética del flujo de entrada en fluctuaciones de presión se produce para el número de Froude incidente  $F_1 \sim 4.5$ . Esta característica distintiva no tiene un paralelo equivalente en el análisis dimensional alternativo que se plantea en este trabajo.

Sin embargo, la observación de las figuras 3 y 4 permite apreciar que los datos experimentales se ordenan de forma más adecuada en la segunda de ellas, donde claramente se disponen en forma coherente las curvas para diferentes números de Froude de ingreso. El parámetro

$$\frac{\sqrt{p'^2}}{\gamma h_1}$$

representa la relación entre la amplitud media de fluctuación de presiones respecto de la presión media en la sección conjugada inicial. A pesar de la ventaja conceptual de  $C'_p$ , parece razonable

analizar los resultados de presiones fluctuantes en un gráfico como el de la figura 4, en la que la ordenada no esconde que la fluctuación adimensionalizada tiene una gran influencia del cuadrado de la velocidad que se encuentra en el denominador.

Se propone además utilizar el “salto”  $z_2 - z_1$  para adimensionalizar la distancia  $x$  medida desde el inicio del resalto, pues permite apreciar de modo más claro la zona de decaimiento de la intensidad de turbulencia, sin caer en la comparación con lo que sería la longitud “teórica” del resalto.

Se han presentado además con los parámetros adimensionales propuestos los resultados de valores extremos de amplitudes negativas con diversa probabilidad de ocurrencia, destacando que aquella que se recomienda para definir con datos de laboratorio la “tendencia a la cavitación por pulsos de presión”, definida como  $p'_{0.1\%}$ , resulta del orden de tres veces el valor medio cuadrático de la amplitud de fluctuaciones.

## AGRADECIMIENTO

Los resultados experimentales pertenecientes a la UFRGS de Brasil fueron obtenidos a partir de una investigación financiada por la empresa FURNAS Centrais Elétricas S.A.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Blinco, P. H. & Partheniades, E.** (1971) “Turbulence characteristics in free surface over smooth and rough boundaries” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 9, n 1, pp 43-69.
- Lopardo, R.A., Orellano, J.A. & Vernet, G.F.** (1977): “Baffle piers subjected to flow induced vibrations”, *Proceedings of the XVII IAHR Congress*, Baden Baden, Germany, Vol. 4, pp. 445-452.
- Lopardo, R.A., De Lio, J.C. & Vernet, G.F.** (1982): “Physical modelling on cavitation tendency for macroturbulence of hydraulic jump”, *BHRA Proceedings of the International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures*, Coventry, 1982, pp. 109-121.
- Lopardo, R.A. & Henning, R.E.** (1985): “Experimental advances on pressure fluctuations beneath hydraulic jumps”, *Proceedings of the 21st IAHR Congress*, Melbourne, Australia, Vol. 3, pág. 633-638.
- Marques, M.G.** (1995): Thèse (PhD) de la Universidad de Laval, Québec, Canadá.
- Marques, M. G.; Drapeau, J. & Verrette, J. L.** (1997) “Flutuação de pressão em um ressalto hidráulico” *XVII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Guayaquil, Ecuador.
- Preobrazhenski, N.A.** (1958): “Laboratory and field investigation of flow pressure pulsation and vibration of large dams”, *Proc. of the VII International Congress on Large Dams (ICOLD)*, New York, USA, Q 211, R 110.
- Romagnoli, M. & Lopardo, R.A.** (2007): “Acerca de la longitud de transición aguas abajo de disipadores a resalto en obras de baja caída”, en *Hidráulica de Ríos: fundamentos, procesos e ingeniería*, Córdoba, Argentina.
- Trierweiler, E.F.N.** (2006): “Avaliação do campo de pressões em ressalto hidráulico formado a jusante de uma comporta com diferentes graus de submergencia” *Dissertação de Mestrado, curso de Pós-Graduação em recursos Hídricos e Saneamento Ambiental*, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 194 p.
- Vasiliev, O. & Bukreyev, V.** (1967): “Statistical Characteristics of hydraulic jump”, *Proc. of the XII I.A.H.R. Congress*, Fort Collins, U.S.A., Vol. 2, pp. 1-8.