

Laboratorio de Hidráulica Aplicada

SIMULACION NUMERICA DE LA SEDIMENTACION
EN CANALES DE NAVEGACION

por

Dr. Angel N. Menéndez



INSTITUTO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNICA HIDRICAS

INSTITUTO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNICA HIDRICAS
LABORATORIO DE HIDRAULICA APLICADA

SIMULACION NUMERICA DE LA SEDIMENTACION
EN CANALES DE NAVEGACION

por

Dr. Angel N. Menéndez

Informe LHA 102-001-92

Febrero de 1992

SIMULACION NUMERICA DE LA SEDIMENTACION
EN CANALES DE NAVEGACION

RESUMEN

Se presenta una técnica de simulación numérica de la sedimentación en canales de navegación, la cual da lugar a dos sistemas computacionales. El sistema ZANJA describe la evolución del lecho cuando el transporte de fondo es dominante. El sistema AGRADA incorpora el efecto del sedimento en suspensión. Se presentan las bases teóricas de los modelos, se discuten aspectos de su implementación computacional y se muestran resultados de pruebas y ensayos numéricos. Los sistemas desarrollados constituyen herramientas adecuadas en cuanto a eficiencia y precisión desde el punto de vista ingenieril.

Descriptorios temáticos:

modelación matemática, simulación numérica, sedimentación, arrastre de sedimentos, canales de navegación.

SIMULACION NUMERICA DE LA SEDIMENTACION
EN CANALES DE NAVEGACION

INDICE

	Pag.
1. INTRODUCCION	1
2. MODELO HIDRODINAMICO	
2.1. SIMPLIFICACIONES	2
2.2. PERFIL DE VELOCIDADES	3
2.2.1. Representación paramétrica de la componente horizontal	3
2.2.2. Componente vertical	7
2.2.3. Velocidad de corte	9
2.3. DISTRIBUCIÓN VERTICAL DEL COEFICIENTE DE MEZCLA ...	10
3. MODELO DE TRANSPORTE DE FONDO	
3.1. FÓRMULA DE TRANSPORTE PARA ESTADOS DE NO EQUILIBRIO	14
3.2. INFLUENCIA DEL OLEAJE SOBRE EL TRANSPORTE	17
3.3. EVOLUCIÓN DEL LECHO	18
4. SISTEMA COMPUTACIONAL "ZANJA"	
4.1. IMPLEMENTACIÓN	19
4.2. ENSAYOS NUMÉRICOS	20
5. MODELO COMBINADO DE TRANSPORTE DE FONDO Y EN SUSPENSIÓN	
5.1. ECUACIÓN DE TRANSPORTE PARA SEDIMENTO EN SUSPENSIÓN	22
5.2. RESOLUCIÓN NUMÉRICA	25
5.3. TRANSPORTE TOTAL	29
6. SISTEMA COMPUTACIONAL "AGRADA"	
6.1. IMPLEMENTACIÓN	30
6.2. PRUEBAS	30
6.3. ENSAYOS NUMÉRICOS	32
7. CONCLUSIONES	35
REFERENCIAS	36

1. INTRODUCCION

El dragado de mantenimiento de canales de navegación es una actividad tan necesaria como costosa. Precisamente, debido a su alto costo, es importante poder estimar con relativa precisión la oportunidad de efectuar esos dragados.

El proceso de sedimentación que se produce en los canales de navegación está influenciado por una diversidad de factores físicos -- corrientes, olas, vientos ---. Actualmente, se dispone de una masa de conocimientos significativa, aunque aún incompleta, respecto de los fenómenos involucrados. Los modelos teóricos de utilidad práctica son altamente complejos, por lo cual requieren técnicas sofisticadas de tipo numérico, implementadas en computadora, para proveer soluciones. De todos modos, el costo de desarrollo y operación de estos modelos matemáticos resulta una parte menor dentro del presupuesto general de dragado de mantenimiento, por lo cual su utilización es actualmente redituable.

En el presente trabajo se muestran los desarrollos llevados a cabo en el Laboratorio de Hidráulica Aplicada (LHÁ) del INCYTH en la temática de sedimentación de canales de navegación. En el capítulo 2 se da una descripción del modelo hidrodinámico utilizado como base para representar los procesos de transporte de sedimentos. En el capítulo siguiente se presenta el modelo de transporte de fondo, que tiene en cuenta el hecho de que las condiciones hidrodinámicas no son de equilibrio local. La combinación de ambos modelos ha dado lugar al sistema computacional ZANJA, cuya implementación y performance se analizan en el capítulo 4. El capítulo 5 trata sobre la incorporación del transporte de sedimento en suspensión al modelo sedimentológico. El sistema AGRADA, desarrollado en base al modelo completo, se presenta y analiza en el capítulo 6. Finalmente, en el capítulo 7 se vierten las conclusiones del estudio.

2. MODELO HIDRODINAMICO

2.1. SIMPLIFICACIONES

La descripción completa de la hidrodinámica es un requisito para el cálculo de la sedimentación. Idealmente, deberían resolverse las ecuaciones de Navier-Stokes en tres dimensiones espaciales. Sin embargo, la adopción de hipótesis simplificativas, las cuales no alteran la esencia del problema, permite edificar un modelo más tratable, en el sentido de su posibilidad de procesamiento con las computadoras existentes en la actualidad.

En primer lugar, se supondrá que la geometría de la forma de fondo es de tipo longitudinal, y que su sección transversal varía suavemente en la dirección de su eje, es decir, no sufre variaciones apreciables sobre distancias del orden de su ancho. Estas características se corresponden, en particular, con un canal de navegación. Siendo así, puede efectuarse un análisis bidimensional en corte. El plano de análisis se hace coincidir con el alineado con la corriente (este plano puede, eventualmente, "quebrarse" por refracción de las líneas de corriente). Sobre ese plano es necesario conocer el perfil vertical de ambas componentes de la velocidad (horizontal y vertical), la distribución de la tensión de corte contra el fondo y el perfil vertical de los coeficientes de mezcla. Suponiendo que la profundidad es pequeña en relación a la escala de variación batimétrica, solo es necesario conocer el coeficiente de mezcla según la vertical, ya que la difusión turbulenta horizontal resulta despreciable frente a la vertical. Nótese que esto, además, permite despreciar las variaciones transversales a la corriente, lo cual conduce a una formulación genuinamente bidimensional.

En segundo lugar, se considerará que la escala transversal de la forma de fondo es mucho menor que la longitud de onda de la marea. En consecuencia, tanto el caudal (por unidad de ancho) como el nivel serán tomados como uniformes sobre toda la zona a modelar. La relación entre el caudal y el nivel (amplitudes relativas y desfase) forma parte de los datos a proveer. En esa relación estará reflejada la impermanencia del fenómeno de mareas. No obstante, sobre la extensión de la zona a modelar se despreciará la inercia local (el número de Strouhal es pequeño).

En tercer lugar, dado que las perturbaciones del nivel del fondo debido al proceso de erosión/sedimentación se propagan mucho más lentamente que la información hidrodinámica, el fenómeno morfológico solo ve las condiciones hidrodinámicas medias sobre intervalos grandes de tiempo (del orden de horas). Como resultado de ello, el ciclo de mareas puede representarse en una forma esquemática, como una serie de escalones.

Finalmente, dado su corta escala de tiempos, el oleaje solo se considerará a través de su acción efectiva media sobre un período.

2.2. PERFIL DE VELOCIDADES

2.2.1. Representación paramétrica de la componente horizontal

La distribución de velocidades está descripta por medio de las Ecuaciones de Navier-Stokes, incluyendo las tensiones de Reynolds. Estas últimas pueden representarse por medio de un "modelo de turbulencia". En general, ellos están basados en la introducción de una "viscosidad de torbellino", la cual no es una propiedad del fluido sino del flujo. El modelo más popular es el denominado "K-ε", que expresa dicha viscosidad en términos de la energía cinética de las fluctuaciones turbulentas (K) y su tasa de disipación (ε) [1].

Una formulación como la expuesta conduce a un cálculo elaborado y prolongado. Un atajo consiste en postular, para el problema en cuestión, una familia paramétrica de funciones que represente el perfil de velocidades. Para la componente horizontal (en la dirección del eje coordenado x), van Rijn propone [2]:

$$(2.1) \quad u(x,z) = [A_1(x) \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) + A_2(x) F(\eta)] u_h(x)$$

donde z es la coordenada vertical medida desde el fondo, z_0 la altura del punto de velocidad cero ($z_0 \cong k_s/30$, donde k_s es la altura efectiva de rugosidad), u_h la velocidad en superficie, A_1 y A_2 constantes locales (independientes de z) y η la coordenada vertical adimensional

$$(2.2) \quad \eta = \frac{z - z_0}{h - z_0}$$

siendo $h(x)$ la profundidad local. La función $F(\eta)$ se expresa como

$$(2.3) \quad F(\eta) = 2 \eta^t - \eta^{2t}$$

donde t es otra constante local.

El perfil de velocidades dado por la Ec. (2.1) está constituido por una componente logarítmica y otra de estela (representada por la función F). Si bien esta formulación es similar a la de la teoría de Coles [3], las componentes definidas

por la Ec. (2.1) no se corresponden estrictamente con las de la teoría.

Este perfil está totalmente determinado si se conocen A_1 , A_2 , t y u_h . Las dos primeras constantes no son independientes entre sí, ya que, imponiendo la condición $u(z=h)=u_h$, se obtiene que

$$(2.4) \quad A_2 = 1 - A_1 \ln \left(\frac{h}{z_0} \right)$$

Si se denomina Q al caudal que atraviesa una sección de ancho b , la integración de la Ec. (2.1) conduce a la siguiente relación entre A_1 , t y u_h :

$$(2.5) \quad \frac{Q}{b h u_h} \equiv \frac{\bar{u}}{u_h} = A_1 \left[-1 + \ln \left(\frac{h}{z_0} \right) + \frac{z_0}{h} \right] + \\ + \left[1 - A_1 \ln \left(\frac{h}{z_0} \right) \right] \left(\frac{3t + 1}{2t^2 + 3t + 1} \right)$$

donde \bar{u} es la velocidad media en la sección transversal.

Otra relación surge de la observación hecha por van Rijn [2] de que la velocidad u a media profundidad ($z=h/2$) es aproximadamente igual a la velocidad de equilibrio en ese punto, es decir, la velocidad que surge de un perfil puramente logarítmico correspondiente al mismo caudal:

$$(2.6) \quad u_o(z) = \frac{u_{*o}}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) = \frac{u_{ho}}{\ln \left(\frac{h}{z_0} \right)} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$$

donde u_{*o} es la velocidad de corte en equilibrio, κ la constante de von Karman ($= 0.41$), y donde la velocidad superficial de equilibrio u_{ho} se relaciona con la velocidad media a través de la expresión

$$(2.7) \quad u_{ho} = \frac{\ln \left(\frac{h}{z_0} \right)}{-1 + \ln \left(\frac{h}{z_0} \right) + \frac{z_0}{h}} \bar{u}$$

De esta manera se obtiene

$$(2.8) \quad \frac{[-1 + \ln(h/z_0) + \frac{z_0}{h}]}{\ln(0.5h/z_0)} = \frac{3t + 1}{(2t^2 + 3t + 1)(2\eta_m^t - \eta_m^{2t})}$$

donde

$$(2.8a) \quad \eta_m = 0.5 \frac{1 - 2 \frac{z_0}{h}}{1 - \frac{z_0}{h}}$$

Dado que, en general, $z_0 \ll h$, se tiene que $\eta_m \cong 0.5$. La expresión del segundo miembro de la Ec. (2.8) es, entonces, independiente de z_0 y h , y puede ser ajustada por la función polinómica

$$(2.9) \quad 0.16 t^2 - 0.29 t + 1.02$$

en el rango de interés. En consecuencia, dicha ecuación provee una forma de calcular directamente el valor de t para h y z_0 dados. En realidad, utilizando la clásica fórmula para las raíces de una cuadrática, surgen dos valores de t , cada uno de los cuales da lugar a una familia distinta de perfiles. La raíz asociada al signo positivo corresponde a perfiles "desacelerados" (velocidad superficial u_h mayor que el valor de equilibrio u_{ho}), mientras que la asociada al signo negativo corresponde a perfiles "acelerados" ($u_h < u_{ho}$), tal cual se ilustra más abajo.

Finalmente, para completar la formulación del modelo paramétrico del perfil de velocidad horizontal, es necesario dar una ecuación de evolución de alguno de los parámetros básicos. van Rijn propone la siguiente ecuación para la velocidad superficial [2]:

$$(2.10) \quad \frac{d u_h}{dx} = \alpha_1 \frac{u_{ho}}{h} - \alpha_2 \frac{u_h}{h} - \alpha_3 \frac{u_h}{b}$$

donde la coordenada x crece en el sentido de la velocidad u_h y los coeficientes, obtenidos por calibración en base a datos de mediciones, pueden expresarse como

$$(2.11) \quad \alpha_1 = 0.279 + 0.11 \tanh \left[6 \left(\frac{dh}{dx} - 0.15 \right) \right]$$

$$(2.12) \quad \alpha_2 = 0.235 + 0.065 \tanh \left[17 \left(\frac{dh}{dx} - 0.035 \right) \right]$$

$$(2.13) \quad \alpha_3 = 0.1 \tanh \left[10 \frac{db}{dx} \right]$$

En realidad, la Ec. (2.13) no ha sido verificada experimentalmente, por lo que se recomienda ser utilizada solo cuando $|db/dx| < 0.1$.

El procedimiento de cálculo es, entonces, como sigue: dado que $h(x)$ es conocido, se obtiene $u_{ho}(x)$ de la Ec. (2.7). Luego se resuelve la Ec. (2.10) para hallar $u_h(x)$. Por otro lado, de las Ecs. (2.8)-(2.9) surgen dos valores de t . Para cada x se comparan los valores de u_h y u_{ho} ; si el primero es mayor que el segundo se elige el mayor valor de t ; en caso contrario, se elige el menor (el caso en que son iguales se analiza más abajo). Conocidos u_h y t , de la Ec. (2.5) se obtiene A_1 , con el cual se calcula A_2 de la Ec. (2.4). De esta manera, queda determinado completamente el perfil dado por la Ec. (2.1) para cada valor de x .

Cuando $u_h = u_{ho}$ se tiene una situación de equilibrio local. En este caso el perfil de velocidades viene dado directamente por la Ec. (2.6). De todos modos, la Ec. (2.1) se reduce a la (2.6) cualquiera sea el valor de t elegido. En efecto, despejando A_1 de la Ec. (2.5) se tiene que

$$(2.14) \quad A_1 = \frac{\frac{\bar{u}}{u_h} - f(t)}{-1 + \ln\left(\frac{h}{z_o}\right) [1 - f(t)] + \frac{z_o}{h}}$$

donde

$$(2.15) \quad f(t) = \frac{3t + 1}{2t^2 + 3t + 1}$$

Si en la Ec. (2.14) se reemplaza u_h por su valor de equilibrio, dado por la Ec. (2.7), se obtiene

$$(2.16) \quad A_1 = \frac{1}{\ln\left(\frac{h}{z_0}\right)}$$

Con este valor de A_1 , la Ec.(2.4) provee $A_2=0$. Reemplazando estos valores de los parámetros en la Ec. (2.1) se obtiene la Ec. (2.6), tal como se quería mostrar.

La Fig. 2.1 ilustra con un ejemplo el tipo de perfiles generados con la familia paramétrica adoptada. Nótese que los perfiles fuertemente desacelerados presentan una zona de flujo de retorno cercana al fondo. Por su parte, los perfiles fuertemente acelerados tienen el valor pico por debajo de la superficie libre. En realidad, estos últimos dejan de ser aceptables en condiciones extremas, ya que se genera una oscilación del perfil cerca del fondo.

La Fig. 2.2.a muestra la evolución de la velocidad superficial u_h cuando se atraviesa un canal cavado en el fondo estudiado experimentalmente por van Rijn [2]. La profundidad inicial es de 0.206 m y la velocidad media sobre la vertical de 0.4 m/s. El canal tiene una solera de 3.20 m, con taludes de 1:2, y una profundidad de 0.20 m. La rugosidad efectiva es $k_s=0.006$ m. Se nota claramente la tendencia exponencial en la aproximación a las condiciones de equilibrio. El perfil de velocidad horizontal asociado se presenta en la Fig. 2.3. Se observa como, si uno se mueve en la dirección de la corriente, el perfil, inicialmente de equilibrio, deviene desacelerado cuando se atraviesa la zona de descenso del lecho. Alcanzado el fondo del canal, el perfil tiende a un nuevo equilibrio. Pero, al atravesar la zona de ascenso del fondo, el perfil se convierte en acelerado, tendiendo al estado de equilibrio original una vez superado el canal. La Fig. 2.4 presenta los resultados experimentales y teóricos obtenidos por van Rijn, observándose un buen acuerdo con los presentes.

2.2.2. Componente vertical

Conocido el perfil de la componente horizontal de la velocidad, la distribución de la componente vertical surge de la ecuación de continuidad

$$(2.17) \quad \frac{\partial(bu)}{\partial x} + \frac{\partial(bw)}{\partial \zeta} = 0$$

donde ζ es la coordenada vertical. Despejando se tiene

$$(2.18) \quad w = - \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} \frac{\partial u}{\partial x} d\zeta - \frac{1}{b} \frac{db}{dx} \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} u dz$$

donde z_b es la coordenada ζ del fondo. Si se introduce la Ec. (2.1) en la Ec. (2.18) se obtiene

$$(2.19) \quad w = - \left(\frac{du_h}{dx} + \frac{1}{b} \frac{db}{dx} u_h \right) (A_1 \psi_1 + A_2 \psi_2) - \\ - u_h \left(\frac{dA_1}{dx} \psi_1 + \frac{dA_2}{dx} \psi_2 \right) - \\ - u_h (A_1 \psi_3 + A_2 \psi_4)$$

donde

$$(2.20) \quad \psi_1 \equiv \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) d\zeta = z \left[\ln \left(\frac{z}{z_0} \right) - 1 \right] + z_0$$

$$(2.21) \quad \psi_2 \equiv \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} F(\eta) d\zeta = (h-z_0) \left(\frac{2}{t+1} \eta^{t+1} - \frac{1}{2t+1} \eta^{2t+1} \right)$$

$$(2.22) \quad \psi_3 \equiv \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} \frac{d\zeta}{z} = \ln \left(\frac{z}{z_0} \right)$$

$$(2.23) \quad \psi_4 \equiv \int_{z_0+z_b}^{z+z_b} \frac{dF}{dx} d\zeta = 2t \left(\frac{\eta^t}{t} - \frac{\eta^{t+1}}{t+1} - \frac{\eta^{2t}}{2t} + \frac{\eta^{2t+1}}{2t+1} \right) \frac{dh}{dx}$$

y donde se ha supuesto que z_0 no depende de la coordenada x (rugosidad uniforme). Como A_1 y A_2 pueden variar rápidamente, para evaluar sus derivadas respecto de x es conveniente relacionarlas con cantidades que varían más suavemente -- u_h y t -- a través de las Ecs. (2.14) y (2.4).

La Fig. 2.5 muestra los perfiles de la componente vertical de velocidad correspondientes al problema de prueba explicado en la sección anterior. Se observa que en la zona de desaceleración se producen velocidades hacia abajo en la región superior y hacia arriba en donde hay recirculación. En cambio, en la zona de aceleración la velocidad es siempre hacia arriba. De la comparación con los cálculos equivalentes efectuados por van Rijn (Fig. 2.4) surge un buen acuerdo cualitativo, aunque se observan

algunas diferencias cuantitativas.

Cuando la componente horizontal está localmente en equilibrio, la expresión para la componente vertical, Ec. (2.19), se reduce a

$$(2.24) \quad w = \frac{u_h}{h} \frac{dh}{dx} \left[\frac{\psi_1}{\left[-1 + \ln \left(\frac{h}{z_0} \right) + \frac{z_0}{h} \right]^2} - \frac{h \psi_3}{\ln \left(\frac{h}{z_0} \right)} \right]$$

2.2.3. Velocidad de corte

Para el cálculo de la velocidad de corte se supone que el perfil es puramente logarítmico, e igual al perfil de equilibrio dado por la Ec. (2.6), en las inmediaciones del fondo. Entonces,

$$(2.25) \quad u_* = \frac{\kappa u(\vartheta h)}{\ln \left(\frac{\vartheta h}{z_0} \right)}$$

donde ϑ es un valor pequeño (por ejemplo $\vartheta = 0.05$). La Fig. 2.2.b muestra la distribución de la velocidad de corte para el problema de prueba. Se observa un acuerdo razonable con los valores experimentales. Nótese que la velocidad de corte se hace negativa en la zona de reversión de flujo.

En el caso en el que existe equilibrio local, la velocidad de corte puede calcularse, de acuerdo a las Ecs. (2.6) y (2.7), directamente como

$$(2.26) \quad u_{*0} = \frac{\kappa \bar{u}}{-1 + \ln \left(\frac{h}{z_0} \right)}$$

donde se ha despreciado la contribución del término z_0/h . Es interesante comparar esta última expresión con la que surge de la ley de Chezy [4]

$$(2.27) \quad u_{*0} = \frac{\sqrt{g}}{C} \bar{u}$$

donde C es el coeficiente de Chezy. Si éste se despeja de las Ecs.

(2.26) y (2.27) se obtiene

$$(2.28) \quad C \cong 18 \left[-1 + \log \left(\frac{12 h}{k_s} \right) \right]$$

que puede compararse con la conocida fórmula [4]

$$(2.29) \quad C = 18 \log \left(\frac{12 h}{k_s} \right)$$

Se observa que la Ec. (2.28), implícita en la presente formulación, en realidad subestima el valor de la conductividad, pero depende de los mismos parámetros y de la misma manera que la fórmula (2.29).

2.3. DISTRIBUCION VERTICAL DEL COEFICIENTE DE MEZCLA

El coeficiente de mezcla ε_s se construye como la superposición de dos componentes: una debida a la corriente, ε_{sc} , y otra producida por las olas, ε_{so} . La distribución vertical de la componente debida a la corriente se representa como [2]

$$(2.30) \quad \varepsilon_{sc} = \begin{cases} \varepsilon_{sc,max} \left[1 - \left(1 - \frac{2z}{h} \right)^s \right] & \text{para } \frac{z}{h} < 0.5 \\ \varepsilon_{sc,max} & \text{para } \frac{z}{h} \geq 0.5 \end{cases}$$

donde el exponente s de la Ec. (2.30) es igual a 2 en el caso en que solo hay corrientes (pero no olas) y $\varepsilon_{sc,max}$ es el valor máximo del coeficiente de mezcla. En el caso de equilibrio local, este valor máximo se expresa como

$$(2.31) \quad \varepsilon_{sc,max,o} = 0.25 \beta \kappa u_* h$$

siendo β la relación entre el coeficiente de mezcla del sedimento y la viscosidad de torbellino, es decir, β mide la relación entre la difusión producida sobre las partículas de sedimento y la producida sobre las partículas de fluido. Este coeficiente puede expresarse como

$$(2.32) \quad \beta = \begin{cases} 1 + 2 \left(\frac{w_s}{u_*} \right)^2 & \text{para } 0.1 < \frac{w_s}{u_*} < 1 \\ 3 & \text{para } \frac{w_s}{u_*} \geq 1 \end{cases}$$

donde w_s es la velocidad de caída del sedimento en suspensión. En la Ec. (2.31) también puede incluirse un factor de amortiguamiento, pero para bajas concentraciones (menores que 0.001) este factor es cercano a la unidad, por lo cual no se lo tendrá en cuenta.

Fuera del equilibrio, el valor de $\varepsilon_{sc,max}$ se calcula de acuerdo a la ecuación de evolución [2]

$$(2.33) \quad \frac{d \varepsilon_{sc,max}}{dx} = \left[\frac{\alpha_4}{h} (\varepsilon_{sc,max,o} - \varepsilon_{sc,max}) - \alpha_5 h \frac{d(u_h - \bar{u})}{dx} \right] \left[\exp(-15 \left| \frac{dh}{dx} \right|) \right]$$

donde x crece en el sentido de la corriente superficial y los coeficientes se toman como

$$(2.34) \quad \alpha_4 = 0.05$$

$$(2.35) \quad \alpha_5 = 0.015$$

La Fig. 2.2.c presenta la distribución del coeficiente de mezcla superficial para el problema de prueba. Los perfiles asociados del coeficiente de mezcla se muestran en la Fig. 2.6. Se observa que éstos no varían de forma, sino que solo se adaptan al valor superficial y a la profundidad.

La componente del coeficiente de mezcla debida a las olas se representa como [5]

$$(2.36) \quad \varepsilon_{so} = \begin{cases} \varepsilon_{so,f} & \text{para } z \leq \delta \\ \varepsilon_{so,f} + (\varepsilon_{so,max} - \varepsilon_{so,f}) \left(\frac{z - \delta}{0.5h - \delta} \right) & \text{para } \delta < z < 0.5h \\ \varepsilon_{so,max} & \text{para } z \geq 0.5h \end{cases}$$

donde δ es el espesor de la capa de mezcla cercana al fondo (que puede tomarse igual a tres veces la altura de los rizos), y

$$(2.37) \quad \varepsilon_{so,f} = \alpha_{\sigma} \delta u_{o,f}$$

$$(2.38) \quad \varepsilon_{so,max} = \alpha_7 \frac{h H_s}{T_s}$$

siendo $u_{o,f}$ el valor pico de la velocidad en el fondo producida por la ola (considerada como irrotacional), H_s y T_s la altura y período significativos de olas, y α_{σ} y α_7 coeficientes que se expresan como

$$(2.39) \quad \alpha_{\sigma} = 0.00065 D_*^2$$

$$(2.40) \quad \alpha_7 = 0.035$$

donde

$$(2.41) \quad D_* = d_{50}^b \left(\frac{\Delta g}{\nu^2} \right)$$

es un diámetro adimensional de las partículas de sedimento, siendo ν la viscosidad cinemática del fluido, d_{50} el diámetro de grano para el cual el 50% del material de fondo, en peso, es más fino y Δ la densidad relativa, definida como

$$(2.42) \quad \Delta = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$$

siendo ρ la densidad del fluido y ρ_s la del sedimento.

La velocidad pico que la ola produce en el fondo puede calcularse como [6]

$$(2.43) \quad u_{o,f} = \frac{g k H_s}{2\omega \cosh(kh)}$$

donde $\omega = 2\pi/T_s$ es la pulsación y k es el número de ondas, que surge de la relación de dispersión

$$(2.44) \quad \sigma^2 \equiv (\omega - k \bar{u} \cos \Theta)^2 = g k \tanh(kh)$$

donde Θ es el ángulo formado entre la dirección de las olas y la de la corriente (eje x). Por simplicidad, no se considerará el efecto Doppler, es decir, se tomará $\sigma = \omega$. Esto significa que se supondrá que la velocidad de la corriente es mucho menor que la velocidad de fase de las olas.

Por efecto de las olas, el exponente s de la Ec. (2.30) se modifica, pudiendo adoptarse la siguiente expresión [5]:

$$(2.45) \quad s = \begin{cases} -0.25 \frac{u_{o,f}}{|\bar{u}|} + 2 & \text{para } 0 \leq \frac{u_{o,f}}{|\bar{u}|} \leq 4 \\ 1 & \text{para } \frac{u_{o,f}}{|\bar{u}|} > 4 \end{cases}$$

Nótese que no se plantea una ecuación de evolución para ε_{so} , es decir que se considera que éste se ajusta inmediatamente a las condiciones locales. Esto es así siempre que la escala batimétrica es mucho mayor que la longitud de onda de las olas.

Finalmente, si bien H_s y T_s varían con x , en general se los puede tomar como constantes (e iguales a los valores de la onda incidente), ya que la sedimentación es relativamente poco sensible a esos cambios [5].

3. MODELO DE TRANSPORTE DE FONDO

3.1. FORMULA DE TRANSPORTE PARA ESTADOS DE NO EQUILIBRIO

Se dispone de una variedad de fórmulas de transporte de fondo, para material no cohesivo, válidas en los casos en que las condiciones hidrodinámicas son de equilibrio local y en ausencia de olas. van Rijn propone la siguiente fórmula para el caudal sólido volumétrico [7]:

$$(3.1) \quad \frac{Q_{s,f}}{b d_{50}^b (g d_{50}^b)^{1/2}} = 0.053 \sqrt{\Delta} D_*^{-0.3} T^{2.1}$$

donde T , denominado el parámetro de estado de transporte, se define como

$$(3.2) \quad T \equiv \frac{(u_*')^2 - (u_{*,cr})^2}{(u_{*,cr})^2}$$

siendo u_*' la velocidad de corte efectiva relacionada a los granos (no tiene en cuenta el arrastre por forma), es decir

$$(3.3) \quad u_*' = \frac{\sqrt{g}}{C'} \bar{u}$$

$$(3.4) \quad C' = 18 \log \left(\frac{12 h}{3 d_{90}^b} \right)$$

(d_{90}^b es el diámetro de grano para el cual el 90% del material del fondo, en peso, es más fino), y $u_{*,cr}$ la velocidad de corte crítica de Shields. Esta puede expresarse como

$$(3.5) \quad \theta_{cr} \equiv \frac{(u_{*,cr})^2}{g \Delta d_{50}^b} = \begin{cases} 0.24 D_*^{-1} & \text{si } D_* \leq 4 \\ 0.14 D_*^{-0.64} & \text{si } 4 < D_* \leq 10 \\ 0.04 D_*^{-0.10} & \text{si } 10 < D_* \leq 20 \\ 0.013 D_*^{0.20} & \text{si } 20 < D_* \leq 150 \\ 0.055 & \text{si } 150 < D_* \end{cases}$$

Nótese que la Ec. (2.29) se reduce a la (3.4) en ausencia de formas de fondo, ya que en este caso $k_s = 3 d_{50}^b$ (en presencia de dunas de longitud de onda relativamente corta, hay una contribución adicional que depende de su altura y longitud de onda).

Cuando se producen variaciones bruscas en el fondo, como es el caso precisamente al atravesar la corriente un canal de navegación dragado, el perfil de velocidades vertical se aparta de las condiciones de equilibrio, tal cual se analizó en el capítulo 2. De todos modos, dado que la escala de movimiento asociada al transporte de fondo es mucho menor que la hidrodinámica, puede considerarse que ese transporte se ajusta instantáneamente a las condiciones locales. Esto significa que no es necesario desarrollar una ecuación de evolución del transporte, sino simplemente una fórmula más general que la Ec. (3.1). van Rijn, asumiendo una distribución estadística de tipo normal para la tensión de corte contra el fondo, desarrolló, a partir de la Ec. (3.1), la siguiente fórmula [2]:

$$(3.6) \quad \frac{Q_{s,f}}{b d_{50}^b (g d_{50}^b)^{1/2}} = 0.1 \sqrt{\Delta} D_*^{-0.3} \overline{T_m^{2.1}}$$

donde el valor medio del parámetro de estado se expresa como

$$(3.7) \quad \overline{T_m^{2.1}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{\sigma'}{\tau_{f,cr,1}} \right)^{2.1} I_3(r) + \left(\frac{\sigma'}{\tau_{f,cr,2}} \right)^{2.1} I_4(p) \right]$$

En la Ec. (3.7) las tensiones de fondo críticas instantáneas para iniciación del movimiento en el sentido de la corriente media ($\tau_{f,cr,1}$) y en el sentido inverso ($\tau_{f,cr,2}$) se calculan como

$$(3.8) \quad \tau_{f,cr,1} = \tau_{f,cr,0} \frac{\text{sen}(\phi - \alpha)}{\text{sen} \phi}$$

$$(3.9) \quad \tau_{f,cr,2} = \tau_{f,cr,0} \frac{\text{sen}(\phi + \alpha)}{\text{sen} \phi}$$

$$(3.10) \quad \alpha = \left| \frac{dh}{dx} \right|$$

$$(3.11) \quad \tau_{f,cr,0} = 1.5 \rho (u_{*,cr})^2$$

donde ϕ es el ángulo de fricción interna. En las Ecs. (3.8) y (3.9) la pendiente de fondo α da cuenta del efecto de la gravedad (contribuyendo u oponiéndose al inicio del movimiento) sobre el valor de la tensión de corte crítica instantánea sobre fondo horizontal $\tau_{f,cr,0}$. Esta, por su parte, es considerablemente mayor que la tensión crítica media dada por Shields, tal como lo expresa la Ec. (3.11).

Las funciones I_3 e I_4 , presentes en la Ec. (3.7), están dadas por

$$(3.12) \quad I_3(\chi) = \int_0^{\infty} \xi^{2.1} e^{-(\xi-\chi)^2/2} d\xi$$

$$(3.13) \quad I_4(\chi) = \int_0^{\infty} \xi^{2.1} e^{-(\xi+\chi)^2/2} d\xi$$

Nótese que $I_4(\chi) = -I_3(-\chi)$. La Fig. 3.1 muestra el gráfico de I_3 . En el rango $-5 \leq \chi \leq 12.9$ puede aproximarse por el polinomio

$$(3.14) \quad I_3(\chi) = \begin{cases} 1.3030 + 2.1479 \chi + 1.4763 \chi^2 + \\ + 0.53855 \chi^3 + 0.10954 \chi^4 + 0.011748 \chi^5 \\ + 0.00051825 \chi^6 & \text{si } \chi \leq 0 \\ 2.5844 - 0.64054 \chi + 2.9956 \chi^2 + \\ + 0.023278 \chi^3 & \text{si } \chi > 0 \end{cases}$$

Los argumentos de las funciones I_3 e I_4 en la Ec. (3.7) son

$$(3.15) \quad r = \frac{\bar{\tau}'_f - \tau_{f,cr,1}}{\sigma'}$$

$$(3.16) \quad p = \frac{\bar{\tau}'_f + \tau_{f,cr,2}}{\sigma'}$$

donde

$$(3.17) \quad \bar{\tau}'_f = \rho u_*' |u_*'|$$

es la tensión de corte media contra el fondo y σ' es la desviación estandar de su distribución estadística, parámetro que también aparece en la Ec. (3.7). Siguiendo a van Rijn se ha adoptado

$$(3.18) \quad \sigma' = 0.4 \bar{\tau}'_{fo}$$

donde $\bar{\tau}'_{fo}$ es la tensión de corte media en la zona de equilibrio (al comienzo del dominio de cálculo).

La Fig. 3.2 presenta la distribución de transporte sólido de fondo para el problema de prueba. Se observa que alcanza un pico significativo en la subida. En la bajada se observan valores negativos, en concordancia con la zona de reflujos.

3.2. INFLUENCIA DEL OLEAJE SOBRE EL TRANSPORTE

Para incluir el efecto del oleaje en la fórmula de arrastre desarrollada en la sección anterior, es necesario generalizar la Ec. (3.17) para la tensión de corte media $\bar{\tau}'_f$. van Rijn propone la simple superposición [5]

$$(3.19) \quad \bar{\tau}'_f = \rho (u_*')^2 + \bar{\tau}_{fo}$$

donde $\bar{\tau}_{fo}$ es la tensión media contra el fondo producida por las olas.

Cuando la corriente es débil en relación a la velocidad producida por la ola en el fondo, es decir, $\bar{u} \ll u_{o,f}$ (ver Ec. (2.43)), se tiene que [9]

$$(3.20) \quad \bar{\tau}_{fo} = \rho f \frac{u_{o,f} \bar{u}}{\pi} (1 + \cos^2 \Theta)$$

donde f es un coeficiente de fricción que puede evaluarse como

$$(3.21) \quad f = \begin{cases} 0.3525 \left(\frac{a_{o,f}}{k_s} \right)^{-2/3} & \text{si } \frac{a_{o,f}}{k_s} > 2 \\ 0.2221 & \text{si } \frac{a_{o,f}}{k_s} < 2 \end{cases}$$

donde

$$(3.22) \quad a_{o,f} = \frac{u_{o,f} T_s}{2\pi}$$

es la amplitud de oscilación en el fondo.

Por el contrario, cuando la corriente es fuerte en relación a la ola, $\bar{u} > u_{o,f}$, la tensión de corte puede calcularse como [9]

$$(3.23) \quad \bar{\tau}_{fo} = \rho f \frac{u_{o,f}^2}{8} \text{signo}(\bar{u}) (1 + \cos^2 \Theta)$$

Nótese que, en ambos casos, $\bar{\tau}_{fo}$ es independiente del sentido de propagación de la onda. La Ec. (3.20) se ha utilizado para $\bar{u} \leq 0.1 u_{o,f}$ y la Ec. (3.23) para $\bar{u} \geq u_{o,f}$. Entre medio se ha efectuado una interpolación lineal entre los valores extremos provistos por una y otra fórmula. La Fig. 3.3 muestra la variación de $E = |\bar{\tau}_{fo}| / [\rho f u_{o,f}^2 (1 + \cos^2 \Theta)]$ con $m = u_{o,f} / |\bar{u}|$, observándose un empalme relativamente suave entre las dos expresiones.

3.3. EVOLUCION DEL LECHO

La diferencia de transporte sólido induce variaciones en el nivel del fondo. Planteando la continuidad del sedimento se obtiene

$$(3.24) \quad \frac{\partial(bz_f)}{\partial t} + \frac{1}{(1-p)} \frac{\partial Q_{s,f}}{\partial x} = 0$$

donde z_f es la cota de fondo y p la porosidad. Conocida la distribución longitudinal del gasto sólido, la Ec. (3.24) provee la variación de la cota de fondo.

4. SISTEMA COMPUTACIONAL "ZANJA"

4.1. IMPLEMENTACION

En base al modelo hidrodinámico presentado en el capítulo 2 y la fórmula de transporte de fondo y la ecuación de evolución del lecho explicadas en el capítulo 3, se desarrolló el sistema computacional ZANJA. Este permite, entonces, calcular la evolución de la sedimentación en zonas de marcado desequilibrio hidrodinámico (típicamente canales de navegación), cuando el transporte de fondo es dominante.

La estructura del programa se muestra en la Fig. 4.1. Los datos de entrada incluyen:

- i) Parámetros numéricos: cantidad de nodos, pasos de cálculo, etc.
- ii) Propiedades físicas: densidad y viscosidad del agua, densidad de los sedimentos, diámetro medio, velocidad de caída, porosidad, etc. *
- iii) Parámetros hidrodinámicos: Ancho del volumen de análisis, caudal entrante, nivel de agua, etc.
- iv) Geometría: Perfil del fondo

Las condiciones de equilibrio se refieren a la determinación de la velocidad superficial de equilibrio, dada por la Ec. (2.7).

La velocidad superficial se obtiene de resolver la Ec. (2.10), para lo cual se utiliza un método de Runge-Kutta de cuarto orden. Previamente hay que determinar la dirección de la corriente superficial de modo de efectuar la integración numérica en ese sentido. El perfil de la forma del fondo es el que resulta de la intersección con el plano vertical orientado según la corriente.

Para evaluar la velocidad de corte es necesario anteriormente obtener el perfil vertical de la velocidad horizontal, de acuerdo al procedimiento de cálculo descrito en la sección 2.2.1. En el borde entrante se supone que siempre existen condiciones de equilibrio. Luego, la velocidad de corte se obtiene de la Ec. (2.25).

Conocida la velocidad de corte, el transporte de fondo se calcula por medio de la Ec. (3.6). La nueva cota del fondo se obtiene utilizando la Ec. (3.24). Esta ha sido resuelta numéricamente por medio de un esquema en diferencias explícito del

tipo de Lax:

$$(4.1) \quad \frac{(z_f)_j^{n+1} - \{(1-\gamma)(z_f)_j^n + (\gamma/2) [(z_f)_{j-1}^n + (z_f)_{j+1}^n]\}}{\Delta t} + \frac{(Q_{s,f})_{j+1}^n - (Q_{s,f})_{j-1}^n}{2(1-p)b_j \Delta x} = 0$$

donde Δt y Δx son los pasos de cálculo temporal y espacial, respectivamente, n y j los índices asociados a esas coordenadas, γ un coeficiente de peso para suavizar la solución numérica, y donde se ha supuesto que b es independiente del tiempo.

Para elegir adecuadamente el paso Δt , dado un valor de Δx , es necesario conocer la velocidad de propagación c_m de pequeñas formas de fondo. De la Ec. (3.24) surge que

$$(4.2) \quad c_m = \frac{1}{b(1-p)} \left| \frac{\partial Q_{s,f}}{\partial x} \right|$$

La evaluación de esta velocidad puede hacerse por diferencias finitas en cada sección y para cada instante de tiempo, de modo de mantener acotado el paso de cálculo temporal de acuerdo a la condición de Courant

$$(4.3) \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x}{|c_m|}$$

Con esta nueva geometría se repite el ciclo de cálculo.

4.2. ENSAYOS NUMERICOS

No se dispuso de datos experimentales ni de resultados teóricos provistos por otros autores para verificar el modelo, de modo que solo se presentan resultados del sistema ZANJA a título de ensayo numérico.

En primer lugar, se calculó la evolución de un canal de 2 m de profundidad, 100 m de solera y taludes de 1:10, cuando la profundidad del agua respecto del fondo no perturbado es de 10 m y la corriente es normal al eje del canal y tiene una velocidad media vertical de 1 m/s (caudal específico de 10 m²/s). Se supuso fondo de arena, con $\rho_s = 2650 \text{ kg/m}^3$ y $d_{50} = 100 \mu$. La altura efectiva de rugosidad se tomó como $k_s = 0.01 \text{ m}$. El parámetro numérico γ se fijó en 0.1. La Fig. 4.2 muestra la evolución del perfil del fondo cada 10 días. Se observa que la "bajada" se traslada con velocidad

uniforme (de alrededor de 1.2 m por día), permaneciendo el talud prácticamente inalterado salvo en los extremos, donde está suavizado. En cambio, la "subida" tiende a desparramarse mientras se traslada. Esto es típico de los procesos de convección-difusión no lineales.

El segundo ensayo numérico consistió en seguir la evolución de una forma de fondo tipo campana. Respecto del problema anterior solo se modificó la profundidad de agua, que se llevó a 12 m, manteniéndose el mismo caudal específico. La Fig. 4.3 presenta los resultados para distintos instantes de tiempo. Se observa que la campana se difunde mientras se traslada con una velocidad de alrededor de 1 m por día.

Un tercer ensayo se efectuó sobre un canal similar al del primer ensayo, solo que de 40 m de solera. Además, se hizo oscilar a la corriente, invirtiéndola cada 3 horas. La Fig. 4.4 muestra los resultados cada 10 días cuando $\gamma = 0.01$. Estos son típicos de un proceso de difusión. Nótese la simetría de la deformación, coincidente con la simetría de la sollicitación.

Manteniendo las condiciones del tercer ensayo, se varió el parámetro γ para determinar su influencia en la solución. La Fig. 4.5 presenta los resultados cuando $\gamma = 0$. Se observa que la solución es "ruidosa". Además, tiende a hacerse inestable en los bordes. Comparando con la Fig. 4.4 se nota la influencia suavizadora que ejerce el coeficiente γ , a pesar de su pequeño valor. Si se toma $\gamma = 0.1$, se obtienen los resultados de la Fig. 4.6. En este caso se nota que la difusión introducida por el proceso de suavización es excesiva, ya que predomina sobre la difusión física.

La Fig. 4.7 corresponde a condiciones análogas a las del tercer ensayo, salvo que la corriente se invierte cada 6 horas. La variación en los resultados no es significativa (comparar con la Fig. 4.4), lo cual muestra que cada pulso introduce cambios relativamente pequeños. Finalmente, la Fig. 4.8 presenta resultados para las mismas condiciones anteriores, solo que la corriente está inclinada a 45 grados respecto del eje del canal. Se observa que la difusión es sensiblemente menor, lo cual es consistente con el hecho de que la corriente "ve" un perfil de fondo efectivamente más largo y menos abrupto.

Para estudiar el efecto del oleaje, se consideró el mismo canal ensayado previamente, pero se redujo la velocidad media de la corriente a 0.50 m/s. La dirección de la corriente se tomó como normal al eje del canal, su sentido invirtiéndose cada 6 horas. Se consideró un frente de olas en la misma dirección de la corriente ($\Theta=0$). Para poner su efecto en evidencia, se tomó una altura $H_w=0.50$ m y un período $T_w=150$ seg (es decir, una onda de largo período). La Fig. 4.9 muestra la evolución del lecho con y sin oleaje. Se observa que la presencia de las olas produce una mayor sedimentación en el canal, a costa de una mayor erosión de los taludes, es decir, incrementa el efecto de difusión.

5. MODELO COMBINADO DE TRANSPORTE DE FONDO Y EN SUSPENSION

5.1. ECUACION DE TRANSPORTE PARA SEDIMENTO EN SUSPENSION

Los mecanismos principales de transporte del sedimento en suspensión son la advección longitudinal (en la dirección de la corriente), la advección efectiva vertical y la difusión turbulenta según la vertical. Esto se expresa matemáticamente en la siguiente ecuación [2]:

$$(5.1) \quad \frac{\partial}{\partial x} (buc) + \frac{\partial}{\partial \zeta} [b(w-w_s)c] = \frac{\partial}{\partial \zeta} (b\varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial \zeta})$$

donde c es la concentración de sedimento, w_s la velocidad de caída, ε_s el coeficiente de mezcla (que tiene incorporado tanto el efecto de la corriente como de las olas) y b es el ancho de un volumen de control alineado localmente con la corriente (Fig. 5.1).

La Ec. (5.1) es una ecuación diferencial de tipo parabólico para la función c , requiriendo condiciones de borde en el fondo, la superficie libre y la superficie de entrada del volumen de control. En la superficie libre se impone la condición de flujo de sedimento nulo:

$$(5.2) \quad \varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial \zeta} + w_s c = 0 \quad \text{en } \zeta = z_b + h$$

El fondo es, en realidad, la separación entre la zona de transporte de sedimento de fondo y en suspensión. Allí puede especificarse una condición tipo Dirichlet o tipo Neumann para la concentración c , es decir

$$(5.3) \quad c = c_a \quad \text{en } \zeta = z_b + a$$

o

$$(5.4) \quad -\varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial \zeta} = E_a \quad \text{en } \zeta = z_b + a$$

donde a es un nivel de referencia por sobre el lecho (que suele tomarse como proporcional a k_s , con una constante de proporcionalidad de entre 1.5 y 2). El valor de c_a se expresa en términos similares a los del caudal sólido de fondo. Para material no cohesivo se tiene que [2]:

$$(5.5) \quad c_a = 0.03 \frac{d_{50}}{a} D_*^{-0.3} \overline{T_m^{1.5}}$$

donde

$$(5.6) \quad \overline{T_m^{1.5}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\left(\frac{\sigma'}{\tau_{f,cr,1}} \right)^{2.1} |I_1(r)| + \left(\frac{\sigma'}{\tau_{f,cr,2}} \right)^{2.1} |I_2(p)| \right]$$

Las funciones I_1 e I_2 están dadas por

$$(5.7) \quad I_1(\chi) = \int_0^{\infty} \xi^{1.5} e^{-(\xi-\chi)^2/2} d\xi$$

$$(5.8) \quad I_2(\chi) = \int_0^{\infty} \xi^{1.5} e^{-(\xi+\chi)^2/2} d\xi$$

Nótese que $I_2(\chi) = -I_1(-\chi)$. En la Fig. 3.1 se muestra el gráfico de I_1 junto al de I_2 . En el rango $-5 \leq \chi \leq 12.9$ puede aproximarse por el polinomio

$$(5.9) \quad I_1(\chi) = \begin{cases} 1.0785 + 1.5573 \chi + 0.84811 \chi^2 \\ + 0.17624 \chi^3 - 0.014391 \chi^4 - 0.013447 \chi^5 \\ - 0.0022937 \chi^6 - 0.00013245 \chi^7 & \text{si } \chi \leq 0 \\ 0.90570 + 1.7738 \chi + 0.93935 \chi^2 \\ - 0.044765 \chi^3 + 0.0011735 \chi^4 & \text{si } \chi > 0 \end{cases}$$

En el caso de material fino, si se admite una relación instantánea lineal entre la concentración y la tensión de corte [10], se puede obtener la siguiente relación

$$(5.10) \quad \bar{c}_a = \frac{M}{w_s \rho g} \frac{\sigma'}{\sqrt{2\pi}} [|I_s(r)| + |I_\sigma(p)|]$$

donde M es la constante de erosibilidad específica y las funciones I_s e I_σ se definen como

$$(5.11) \quad I_s(\chi) = \int_0^{\infty} \xi e^{-(\xi-\chi)^2/2} d\xi$$

$$(5.12) \quad I_\sigma(\chi) = \int_0^{\infty} \xi e^{-(\xi+\chi)^2/2} d\xi$$

A semejanza del caso anterior, se cumple que $I_\sigma(\chi) = -I_s(-\chi)$. La aproximación polinómica de I_s en el rango $-5 \leq \chi \leq 12.9$ es

$$(5.13) \quad I_s(\chi) = \begin{cases} 1.0002 + 1.2564 \chi + 0.50296 \chi^2 \\ - 0.014199 \chi^3 - 0.072274 \chi^4 - 0.023360 \chi^5 \\ - 0.0031883 \chi^6 - 0.00016536 \chi^7 & \text{si } \chi \leq 0 \\ 0.89518 + 1.6093 \chi + 0.31371 \chi^2 + \\ - 0.014199 \chi^3 - 0.072274 \chi^4 - 0.023360 \chi^5 \\ + 0.023278 \chi^6 & \text{si } \chi > 0 \end{cases}$$

En este caso, la tensión de corte crítica instantánea $\tau_{f,cr,0}$, que interviene en los parámetros r y p, debe ser especificada como dato.

Por su parte, suponiendo condiciones de equilibrio local en las inmediaciones del fondo, el flujo de sedimento hacia arriba se calcula como

$$(5.14) \quad E_a = -w_s c_a$$

En el borde entrante debe especificarse el perfil de la concentración. Allí se supone que las condiciones son de equilibrio, es decir, se verifica que $\partial/\partial x = 0$ y $w = 0$ en la Ec. (5.1). En consecuencia, ésta se convierte en una ecuación diferencial ordinaria cuya integración por diferencias finitas es directa. En ausencia de olas, puede obtenerse una solución

cerrada:

$$(5.15) \quad \frac{c}{c_a} = \begin{cases} \left[\frac{a}{z} \left(\frac{h-z}{h-a} \right) \right]^Z & \text{si } \frac{z}{h} < 0.5 \\ \left(\frac{a}{h-a} \right)^Z e^{-4Z \left(\frac{z}{h} - 0.5 \right)} & \text{si } \frac{z}{h} \geq 0.5 \end{cases}$$

donde

$$(5.16) \quad Z = \frac{w_a}{\beta * u_*}$$

es el parámetro de suspensión.

5.2. RESOLUCION NUMERICA

La Ec. (5.1), junto con las condiciones de contorno (5.2) y (5.3) o (5.4), y la condición inicial sobre el perfil de concentración (Ec. (5.11) en ausencia de olas), debe ser resuelta numéricamente. Dado su carácter parabólico, puede implementarse un proceso de marcha en la dirección x . Además, como el dominio de resolución no es, en general, cilíndrico (la extensión en la dirección ζ depende de x), es conveniente utilizar el método de los elementos finitos [10,11]. Para ello, es necesario replantear el problema en términos de una formulación débil.

Si $W(x,\zeta)$ es una función de peso, la formulación débil del problema es

$$(5.17) \quad \int_{x_0}^{x_f} dx \int_{b+a}^{z_b+a+h} \left[W \frac{\partial}{\partial x} (Ac) + W \frac{\partial}{\partial \zeta} (Bc) + C \frac{\partial W}{\partial \zeta} \frac{\partial c}{\partial \zeta} \right] d\zeta + \mathfrak{I} = 0$$

donde

$$(5.18) \quad A \equiv b u$$

$$(5.19) \quad B \equiv b (w - w_a)$$

$$(5.20) \quad C \equiv b \varepsilon_s ,$$

x_0 y x_f son los extremos del dominio de integración e \mathfrak{S} es la contribución de los bordes (fondo y superficie libre). Utilizando las condiciones de borde (5.2) y (5.4), esta contribución puede escribirse como

$$(5.21) \quad \mathfrak{S} = \int_{x_0}^{x_f} \left[\frac{W C w_s c}{\varepsilon_s} \right]_{\zeta=z_b+a+h} - W C D \left[\zeta=z_b+a \right] dx$$

donde

$$(5.22) \quad D \equiv - \frac{E_a}{\varepsilon_s}$$

Si sobre el fondo, en lugar de la Ec. (5.4) se cumple la Ec. (5.2), ésta se impone como condición de borde geométrica y se suprime el segundo término de la Ec. (5.21).

La discretización se lleva a cabo sobre una malla de elementos finitos cuadrangulares con lados verticales, tal como se ilustra en la Fig. 5.2. Entonces, la distribución de concentración dentro del elemento genérico "e" se escribe como

$$(5.23) \quad c^{(e)} = N_1^{(e)} c_1^{(e)} + N_2^{(e)} c_2^{(e)} + N_3^{(e)} c_3^{(e)} + N_4^{(e)} c_4^{(e)}$$

donde $c_i^{(e)}$ ($1 \leq i \leq 4$) son los valores nodales de concentración, identificados de acuerdo a la numeración local explicada en la Fig. 5.3, y $N_i^{(e)}$ son las funciones de forma, que vienen dadas por

$$(5.24) \quad N_1^{(e)} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 + \eta)$$

$$(5.25) \quad N_2^{(e)} = \frac{1}{4} (1 + \xi) (1 - \eta)$$

$$(5.26) \quad N_3^{(e)} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 - \eta)$$

$$(5.27) \quad N_4^{(e)} = \frac{1}{4} (1 - \xi) (1 + \eta)$$

Las coordenadas locales ξ y η están relacionadas con x y ζ a

través de las expresiones

$$(5.28) \quad x = N_1^{(e)} x_1 + N_2^{(e)} x_2 + N_3^{(e)} x_3 + N_4^{(e)} x_4$$

$$(5.29) \quad \zeta = N_1^{(e)} \zeta_1 + N_2^{(e)} \zeta_2 + N_3^{(e)} \zeta_3 + N_4^{(e)} \zeta_4$$

donde x_i y ζ_i ($1 \leq i \leq 4$) son las coordenadas de los nodos del elemento.

La contribución del elemento "e" a la integral de área de la Ec. (5.17) es, entonces,

$$(5.30) \quad I^{(e)} = \iint_{(e)} \left\{ W \left[\left(\frac{\partial A}{\partial x} N_i + A \frac{\partial N_i}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial B}{\partial \zeta} N_i + B \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \right) \right] + C \frac{\partial W}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \right\} c_i \, dx \, d\zeta$$

donde la repetición de subíndices en un mismo término significa sumatoria (convención de Einstein). Como función de peso asociada a cada nodo, se elige la conformada por las funciones de forma correspondientes a ese nodo y a los elementos situados aguas arriba, tal cual se ilustra en la Fig. 5.4. Esto significa introducir "upwinding". Se trata, entonces, de un método de Petrov-Galerkin. La parte de W constituida por la función de forma asociada al nodo j del elemento "e", da una contribución que, de acuerdo a la Ec. (5.30), vale

$$(5.31) \quad I_j^{(e)} = (A_{ji}^{(e)} + B_{ji}^{(e)} + C_{ji}^{(e)} + D_{ji}^{(e)} + E_{ji}^{(e)}) c_i$$

donde

$$(5.32) \quad A_{ji}^{(e)} = \iint_{(e)} \frac{\partial A}{\partial x} N_j N_i \, dx \, d\zeta$$

$$(5.33) \quad B_{ji}^{(e)} = \iint_{(e)} \frac{\partial B}{\partial \zeta} N_j N_i \, dx \, d\zeta$$

$$(5.34) \quad C_{ji}^{(e)} = \iint_{(e)} A N_j \frac{\partial N_i}{\partial x} \, dx \, d\zeta$$

$$(5.35) \quad D_{ji}^{(e)} = \iint_{(e)} B N_j \frac{\partial N_i}{\partial x} dx d\zeta$$

$$(5.36) \quad E_{ji}^{(e)} = \iint_{(e)} C \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dx d\zeta$$

Las funciones A, B, C y sus derivadas, que aparecen en el integrando, se expresan en términos de las funciones de forma. Las derivadas parciales de las funciones de forma, por su parte, se pueden calcular de

$$(5.37) \quad \frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{1}{|J|} \left(\frac{\partial \zeta}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right)$$

$$(5.38) \quad \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} = \frac{1}{|J|} \left(- \frac{\partial \zeta}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} + \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \right)$$

donde J es el Jacobiano de la transformación:

$$(5.39) \quad J = \frac{\partial (x, \zeta)}{\partial (\xi, \eta)}$$

La evaluación de las integrales de las Ecs. (5.32) a (5.36) se lleva a cabo utilizando cuadratura de Gauss con dos puntos.

Si el elemento linda con la superficie libre, debe agregarse una contribución que, de acuerdo a la Ec. (5.21), vale

$$(5.40) \quad \mathfrak{Z}^{(e)} = F_{jk}^{(e)} c_k$$

donde k=1 y k=4 identifica los nodos del borde lindante con la superficie libre (ver Fig. 5.3), y

$$(5.41) \quad F_{jk}^{(e)} = \int_{x_4}^{x_1} \frac{w_s C}{\varepsilon_s} N_j N_k \Big|_{\zeta=z_b+a+h} dx$$

Por otro lado, si el elemento es adyacente al fondo y la condición de borde es la Ec. (5.4), la contribución adicional es, de acuerdo a la Ec. (5.21),

$$(5.42) \quad \mathfrak{Z}^{(e)} = - \int_{x_a}^{x_b} \mathfrak{Z}^2 D C N_j \Big|_{\zeta=z_b+a} dx$$

En cambio, si la condición de contorno es la Ec. (5.3), ésta se impone como condición de borde geométrica y se eliminan esos valores nodales como grados de libertad. Las integrales de las Ecs. (5.41) y (5.42) se resuelven por cuadratura de Gauss.

La discretización descrita provee, para cada columna ($x =$ cte.), un sistema de ecuaciones algebraicas lineales de tipo tridiagonal, que es resuelto eficientemente por el algoritmo de eliminación para matrices tridiagonales. De esta forma se calcula la concentración de sedimento en suspensión, columna a columna, hasta completar el dominio de cálculo.

En zonas donde se produce reversión de flujo cambia el carácter de la ecuación, lo cual impediría el planteo de un proceso de marcha en el cálculo (de persistir con esta intención el cálculo se torna inestable). Para simplificar, en esas zonas simplemente se desprecia la contribución de la advección en la dirección longitudinal, es decir, se impone que $A_{ji}^{(e)} = C_j^{(e)} = 0$.

5.3. TRANSPORTE TOTAL

Conocida la distribución vertical de concentración de sedimento en suspensión, el caudal sólido volumétrico en suspensión se calcula como

$$(5.43) \quad Q_{s,s} = b \int_{z_b+a}^{z_b+a+h} u c d\zeta$$

El transporte total surge de sumar las contribuciones dadas por las Ecs. (5.43) y (3.6).

La ecuación para la evolución del lecho es idéntica a la Ec. (3.23), solo que hay que reemplazar el transporte de fondo por el transporte total. La elección del paso de cálculo se efectúa de la forma descrita en la sección 4.1.

6. SISTEMA COMPUTACIONAL "AGRADA"

6.1. Implementación

El sistema computacional AGRADA es una generalización del sistema ZANJA, en el sentido de que tiene incorporado el efecto del transporte del sedimento en suspensión.

La estructura del programa, muy similar a la anterior, se muestra en la Fig. 6.1. Los datos de entrada incluyen ahora la topología de la red de elementos finitos, la cual es generada previamente mediante el programa ENREDO, desarrollado en el Centro Atómico Bariloche, y programas auxiliares que ayudan a generar los datos de entrada para ENREDO.

Por su parte, entre las condiciones de equilibrio se encuentra ahora el perfil vertical de concentración de sedimento en suspensión en el borde entrante.

6.2. Pruebas

En primer lugar, se desarrollaron una serie de pruebas para verificar la correcta implementación del método de los elementos finitos. Para ello se particularizó la Ec. (5.1) tomando $A=cte.=1$, $B=cte.$ y $C=cte.$. Como condición inicial ($x=0$) se adoptó la distribución:

$$(6.1) \quad c(x=0, \zeta) = \begin{cases} c_0 & \text{si } \zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

Como problema puro de valores iniciales la solución es

$$(6.2) \quad c(x, \zeta) = \frac{c_0}{2} [\operatorname{erf}(\zeta_2 - \zeta + Bx) + \operatorname{erf}(-\zeta_1 + \zeta - Bx)]$$

donde erf es la función error.

Este problema se resolvió en el dominio $0 \leq \zeta \leq L$, $x \geq 0$, con $0 < \zeta_1 < \zeta_2 < L$, y con las condiciones de contorno

$$(6.3) \quad \frac{\partial c}{\partial \zeta} (x, \zeta=0) = \frac{\partial c}{\partial \zeta} (x, \zeta=L) = 0$$

Específicamente se tomó $L = 0.5$, $\zeta_1 = 0.1$ y $\zeta_2 = 0.4$. Primeramente se impuso $B = 0$ (advección nula) y $C = 0.01$. La red de cálculo, rectangular, se definió con pasos $\Delta \zeta = \Delta x = 0.01$. La Fig. 6.2 muestra la comparación entre la solución numérica y la solución cerrada (6.2) para tres valores de x , cuando aún no se ha sentido la influencia de los bordes. El acuerdo es excelente.

La Fig. 6.3 presenta resultados para la misma situación, pero con $\Delta x = 0.03$. Se observan, tal cual era de esperarse, diferencias cerca de los bordes. Las condiciones de borde impuestas en el cálculo pueden tenerse en cuenta en la solución cerrada a través del método de las imágenes. Como la solución tiende a decaer rápidamente hacia ambos lados del centro de la distribución, basta con incorporar una imagen a cada lado. Con esta corrección se obtiene el excelente acuerdo mostrado en la Fig. 6.4.

Resultados para $B=0.5$ se presentan en las Figs. 6.5 y 6.6 para $\Delta x=0.01$ y $\Delta x=0.03$, respectivamente. El acuerdo se considera satisfactorio salvo, como antes, cerca de los bordes.

La segunda serie de pruebas consistió en calcular la longitud de ajuste del transporte de sedimento en suspensión a las condiciones de equilibrio, partiendo tanto de condiciones de defecto como de exceso de carga. Se consideró un flujo uniforme con un tirante de 1 m y una velocidad media de 1 m/s. El sedimento se caracterizó con una velocidad de caída $w_s = 0.0075$ m/s y una altura efectiva de rugosidad $k_s = 0.01$ m. Esto generó una velocidad de corte $u_* = 0.05843$ m/s. De esta manera resulta

$$\frac{k_s}{h} = 0.01, \quad \frac{w_s}{u_*} = 0.13$$

Se tomó una red de cálculo rectangular, con un paso uniforme según x de 10 m y una densificación logarítmica según ζ , con mayor densidad cerca del fondo. Se utilizaron 51 nodos según ζ . Se impuso la condición de borde tipo Dirichlet en el fondo, Ec. (5.3). Para analizar las condiciones de defecto de carga, se partió de un perfil de concentración nula (en $x=0$). La Fig. 6.7 muestra la evolución del perfil en distintas posiciones x , y su tendencia hacia la concentración de equilibrio. Definiendo la longitud de ajuste como la distancia necesaria para alcanzar un perfil de concentración de sedimento en suspensión que no se aparte en más de un 5% del de equilibrio, se obtuvo la curva mostrada en la Fig. 6.8, impresa sobre los resultados obtenidos por van Rijn [2]. Se observa que ella se adapta satisfactoriamente a esos resultados. Lo mismo sucede con la curva correspondiente a condiciones iniciales de sobrecarga, que se simuló partiendo de

una concentración uniforme e igual al valor de equilibrio en el fondo.

Resultados prácticamente indistinguibles se obtuvieron aplicando en el fondo la condición de borde tipo Neumann, Ec. (5.4).

La verificación final se efectuó comparando las predicciones del modelo con resultados experimentales para el problema de la evolución de un canal excavado en fondo arenoso, sometido a la acción de una corriente permanente, tal cual fue ensayado por van Rijn [2]. Se trata de un canal de 3 m de ancho de solera y 15 cm de profundidad por debajo del fondo, con taludes de 1:10. La altura de agua por sobre el fondo es de 39 cm y la velocidad media vertical de 51 cm/s. El sedimento está caracterizado por un diámetro $d_{50} = 160 \mu$, una velocidad de caída $w_s = 13$ mm/s, una densidad $\rho_s = 2650$ kg/m³, un ángulo de fricción $\phi = 35$ grados y una porosidad $p = 0,4$. La altura de rugosidad se tomó como $k_s = 25$ mm. El coeficiente numérico γ se fijó en 0,01. La red de cálculo se construyó con 66 nodos horizontales, con un paso de 20 cm en las zonas de variación suave del fondo y de 10 cm en las zonas de los taludes, y 21 nodos verticales, densificados cerca del fondo.

La concentración de sedimento en suspensión y la descarga sólida de fondo en la entrada se ajustaron para dar los valores de descarga medidos experimentalmente. Estos valores son los utilizados para el Ensayo 1, tal cual se muestran en la Tabla 6.1. Se efectuaron, también, dos ensayos adicionales variando esos valores, de acuerdo a lo mostrado en la Tabla 6.1. En la Fig. 6.9 se presentan los datos experimentales de la posición del fondo luego de 15 horas de acción de la corriente, junto a las soluciones numéricas correspondientes a los tres ensayos. Se observa que la solución para el Ensayo 1 está retrasada y sobreestima la sedimentación. Aumentando la carga de fondo se corrige el retraso, tal cual muestra la solución para el Ensayo 2. Por su parte, el Ensayo 3 muestra que disminuyendo la carga en suspensión se corrige la sobreestimación. De todos modos, las tres soluciones se consideran aceptables desde el punto de vista ingenieril.

6.3. Ensayos numéricos

Se efectuaron una serie de ensayos numéricos para identificar los factores determinantes de la tasa de sedimentación. Se definió un canal de 140 m de solera, 10 m de profundidad y taludes de 1:10. Se consideró solo el transporte de material fino en suspensión, caracterizado por una velocidad de caída $w_s = 1$ mm/s ($d_{50} = 30 \mu$), una densidad $\rho_s = 2650$ kg/m³, una porosidad $p = 0,4$ y un ángulo de fricción $\phi = 35$ grados. Se impuso $k_s = 1$ cm y $\delta = 2$ cm. La altura de agua fue de $h = 5$ m, con una velocidad media vertical de 30 cm/s. Se consideró que esta corriente se invertía

cada 6 horas. La tensión de corte crítica se tomó como $\tau_{f,cr,o} = 0.1 \text{ N/m}^2$ y la constante de erosibilidad $M = 0.1 \text{ 1/s}$, con lo cual resulta una concentración media en la entrada de $\bar{c} = 246 \text{ mg/l}$, considerando condiciones de equilibrio. Se supuso que el fondo adyacente al canal no sufre modificación morfológica alguna. El coeficiente de peso γ fue fijado en 0.01.

En la primera serie de ensayos se estudiaron los efectos de variar los parámetros $\tau_{f,cr,o}$, M y k_s , de acuerdo al detalle mostrado en la Tabla 6.2, donde también se presenta la concentración media \bar{c} resultante en la entrada.

En la Fig. 6.10 se comparan los perfiles calculados luego de 35 días para los Ensayos 1 y 2. Se observa que la sedimentación aumenta prácticamente al doble (en rigor, en un factor 1,8) cuando la constante de erosibilidad (y, en consecuencia, la concentración media en la entrada) aumenta al doble.

El Ensayo 3 significa considerar que la carga en suspensión es de lavado, por lo cual la concentración en la entrada debe ser impuesta. Se utilizó el mismo valor que para el Ensayo 1. La Fig. 6.11 muestra la comparación de los Ensayos 1 y 3, notándose que la sedimentación no muestra prácticamente diferencia. Esto pone en evidencia que la sedimentación depende primariamente de la concentración media en la entrada, más que la dinámica de intercambio de sedimento con el fondo.

La disminución de la tensión de corte crítica produce un aumento de la concentración de sedimento en suspensión y, por ende, una mayor sedimentación. En la Fig. 6.12 se presentan los resultados para los Ensayos 2 y 4, donde se observa que son prácticamente coincidentes. Esto reafirma que la sedimentación depende esencialmente de la concentración media en la entrada.

Finalmente, en la Fig. 6.13 se muestran los resultados para los Ensayos 1 y 5, que prácticamente coinciden, corroborando una vez más el aserto sobre que la concentración media en la entrada es el parámetro de control de la sedimentación.

En la segunda serie de ensayos se variaron las características del sedimento. El Ensayo 6 consistió en disminuir el tamaño del material, manteniendo la concentración media en la entrada en $\bar{c} = 246 \text{ mg/l}$ (se consideró carga de lavado, es decir, $M = 0$), hasta $d_{50} = 3 \mu$, correspondiéndole una velocidad de caída $w_s = 0.01 \text{ mm/s}$. Los resultados se presentan en la Fig. 6.14, donde se los compara con el Ensayo 1. La reducción en un factor 100 de la velocidad de caída produce una disminución del volumen sedimentado en un factor 2.3.

La disminución de la porosidad produce, obviamente, una reducción proporcional del volumen sedimentado. De la misma manera, una variación en la densidad del material provoca un cambio proporcional en el volumen sedimentado, ya que éste depende, en rigor, de la concentración media volumétrica.

En la tercera, y última, serie de ensayos se incluyó el efecto de las olas. Para el Ensayo 7 se tomó $H_s = 0,20$ m, $T_s = 5$ seg y $\Theta = 0$. El coeficiente de erosibilidad M se disminuyó a 0,0165 de modo de garantizar una concentración media de equilibrio en la entrada de 246 mg/l. Los resultados se muestran en la Fig. 6.15, donde se los compara con el caso de ausencia de olas e igual concentración de entrada (Ensayo 1). Se observa que la altura de sedimentación es algo menor en el centro del canal por efecto de las olas, que producen mayor agitación. No obstante, esa altura es algo mayor en la zona de los taludes, con lo cual prácticamente se produce el mismo volumen de sedimentación para ambos ensayos.

Los ensayos subsiguientes de la serie se efectuaron para determinar la sensibilidad de la sedimentación a variaciones en los parámetros característicos de las olas. El detalle de los valores se muestra en la Tabla 6.3.

El aumento de la altura de ola significativa al doble (Ensayo 8), dejando invariables al resto de los parámetros, produce una concentración media de equilibrio en la entrada de $\bar{c} = 616$ mg/l, lo cual, obviamente, se traduce en una sedimentación significativamente mayor (en un factor 2,2), tal cual se muestra en la Fig. 6.16.

El aumento del período al doble (Ensayo 9) provoca una relativamente pequeña disminución de la concentración en la entrada, con la consiguiente reducción de la sedimentación en un 20 %. Un efecto similar produce el aumento del ángulo de incidencia de la ola a 45 grados (Ensayo 10), produciendo una disminución del 15 % en la sedimentación.

En síntesis, se observa que los resultados son altamente sensibles al parámetro H_s , y relativamente poco sensibles a los parámetros T_s y Θ .

7. CONCLUSIONES

La factibilidad de simular numéricamente el proceso de sedimentación en canales de navegación, ilustrada extensamente en el presente Informe, torna a la modelación matemática en la la herramienta más adecuada para estimar dragados de mantenimiento.

Si bien resta aún entender varios de los mecanismos que intervienen en el proceso de transporte y erosión (por ejemplo, los mecanismos físico-químicos actuantes sobre los sedimentos finos), la principal limitación actual para predecir con precisión el dragado de mantenimiento suele estar en la falta de datos confiables sobre volúmenes efectivamente dragados.

Los ensayos efectuados, relativos a la sedimentación de material en suspensión, han mostrado que los parámetros determinantes del volumen sedimentado son la concentración (volumétrica) media en la entrada y el tamaño medio del sedimento.

REFERENCIAS

- 1.- Bradshaw, P. (editor), "Turbulence", Springer-Verlag, 1976.
- 2.- van Rijn, L.C., "Mathematical modelling of morphological processes in the case of suspended sediment transport", Delft Hydraulics Communication No. 382, June 1987.
- 3.- White, F.M., "Viscous Fluid Flow", McGraw-Hill, 1974.
- 4.- Henderson, F.M., "Open Channel Flow", Macmillan, 1966.
- 5.- van Rijn, L.C., "Sedimentation of dredged channels by currents and waves", Jr. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, vol. 112, No. 5, September, 1986.
- 6.- Lighthill, J., "Waves in Fluids", Cambridge Univ. Press, 1978.
- 7.- van Rijn, L.C., "Sediment transport, part I: Bed load transport", Jr. Hydr. Eng., ASCE, vol. 110, No. 10, October, 1984.
- 8.- Lin, P.L.-F., Dalrymple, R.A., "Bottom frictional stresses and longshore currents due to waves with large angles of incidence", Jr. Marine Research, 36, 2, 1978.
- 9.- Huebner, K.H., Thornton, E.A., "The Finite Element Method for Engineers", Wiley, 1982.
- 10.- Norrie, D.H., de Vries, G., "An Introduction to Finite Element Analysis", Academic Press, 1978.

Tabla 6.1. Parámetros para la verificación

Ensayo	$Q_{a,a}$ (kg/sm)	$Q_{a,f}$ (kg/sm)
1	0.030	0.010
2	0.030	0.015
3	0.024	0.015

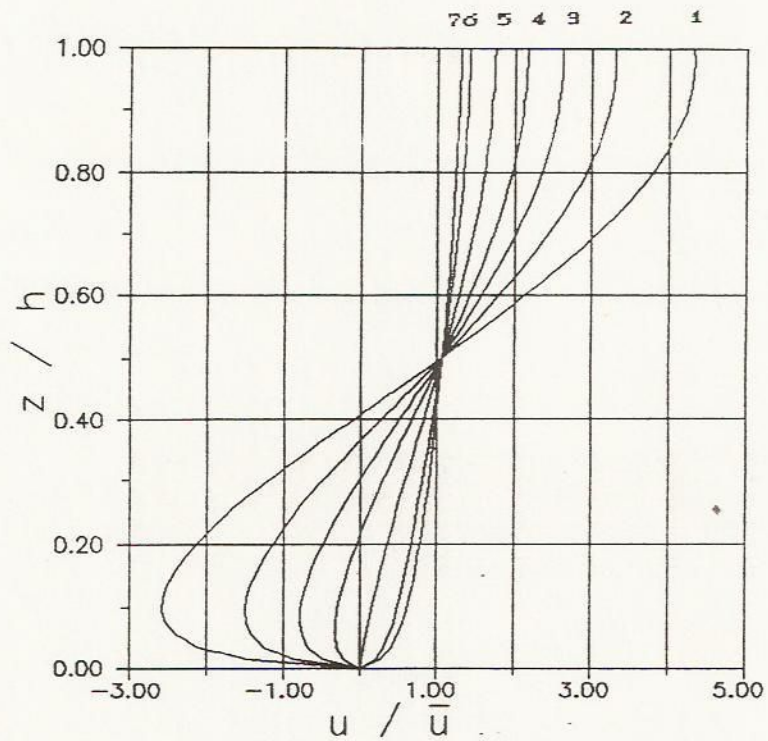
Tabla 6.2. Parámetros para los ensayos numéricos de la serie I.

Ensayo	$\tau_{f,cr,o}$ (N/m ²)	M (1/s)	k_s (cm)	\bar{c} (mg/l)
1	0.10	0.100	1	246
2	0.10	0.200	1	492
3	0.10	0	1	246*
4	0.05	0.100	1	488
5	0.10	0.028	5	246 *

*impuesta

Tabla 6.3. Parámetros para los ensayos numéricos de la serie III.

Ensayo	H_s (m)	T_s (s)	Θ (grad)	\bar{c} (mg/l)
7	0.2	5	0	246
8	0.4	5	0	616
9	0.2	10	0	210
10	0.2	5	45	199



Datos: $h=0.2$ m, $\bar{u}_s=0.4$ m, $b=1$ m,
 $Q=0.08$ m³/s, $z_o=0.001$ m.

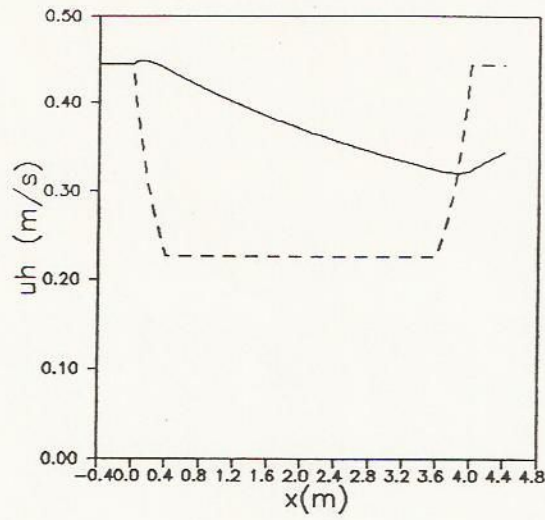
Resultados:

1-5: perfiles desacelerados ($t=1.44$)

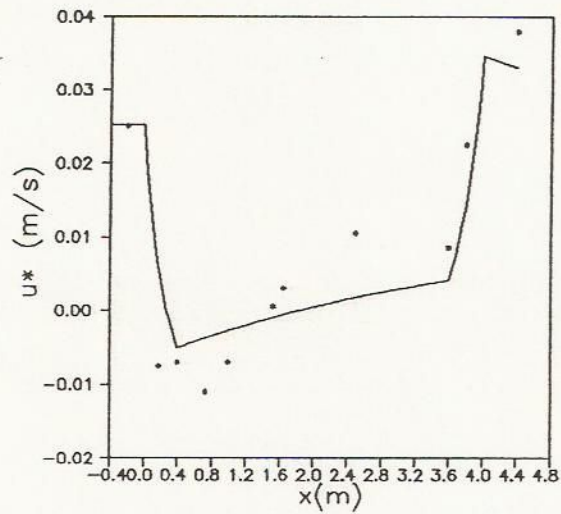
6: perfil de equilibrio ($u_h=0.493$ m/s)

7: perfil acelerado ($t=0.38$).

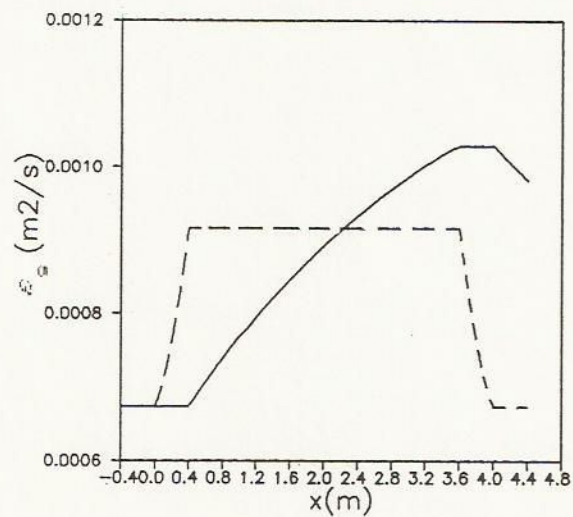
Figura 2.1. Perfiles típicos de la componente horizontal de la velocidad.



a) Velocidad superficial (---: valor de equilibrio)



b) Velocidad de corte (* : valores experimentales)



c) Coeficiente de mezcla superficial (---: valor de equilibrio)

Figura 2.2. Evolución longitudinal de los parámetros del modelo hidrodinámico.

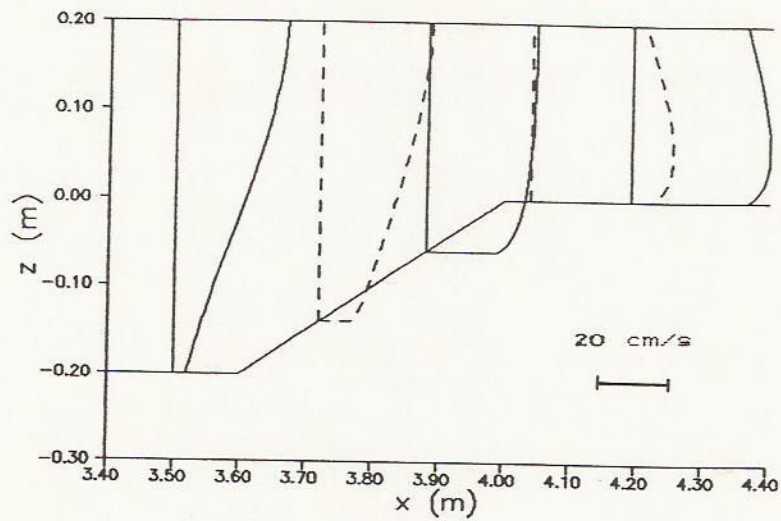
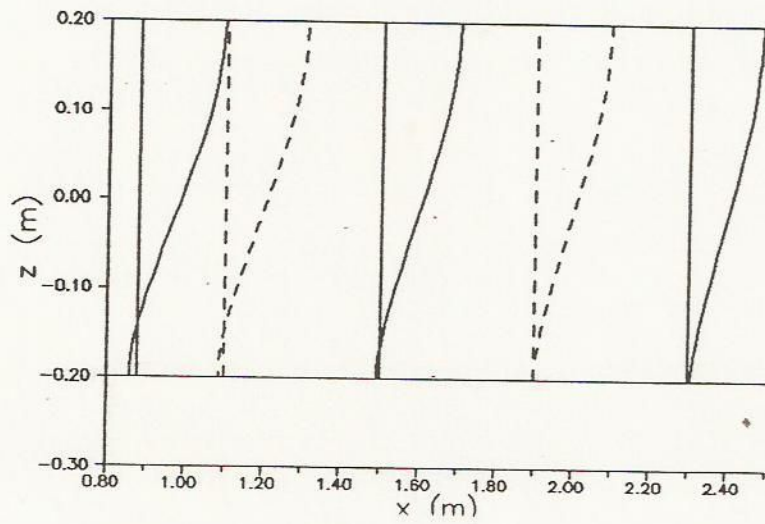
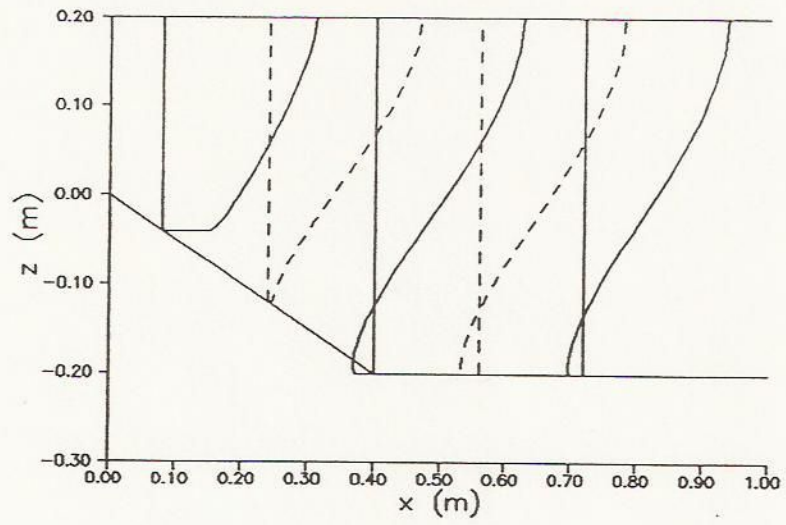


Figura 2.3. Evolución longitudinal del perfil de la componente horizontal de velocidad.

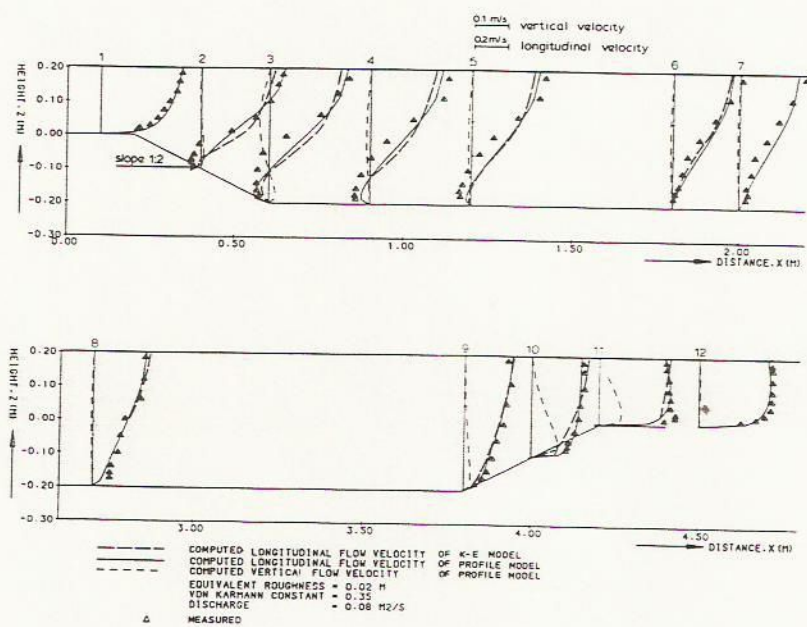


Figura 2.4. Resultados teóricos y experimentales de van Rijn para las componentes horizontal y vertical de velocidad.

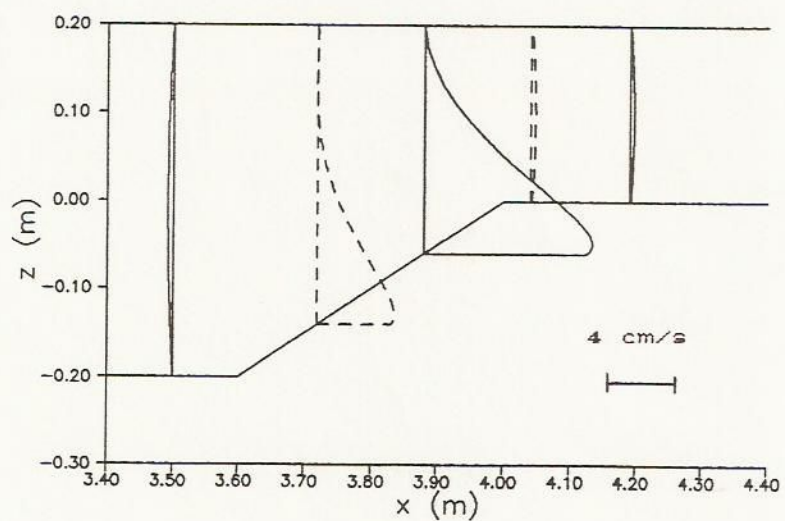
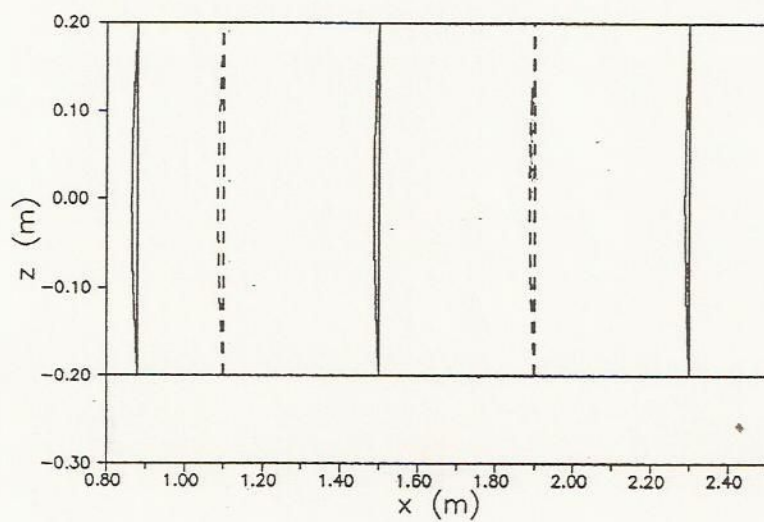
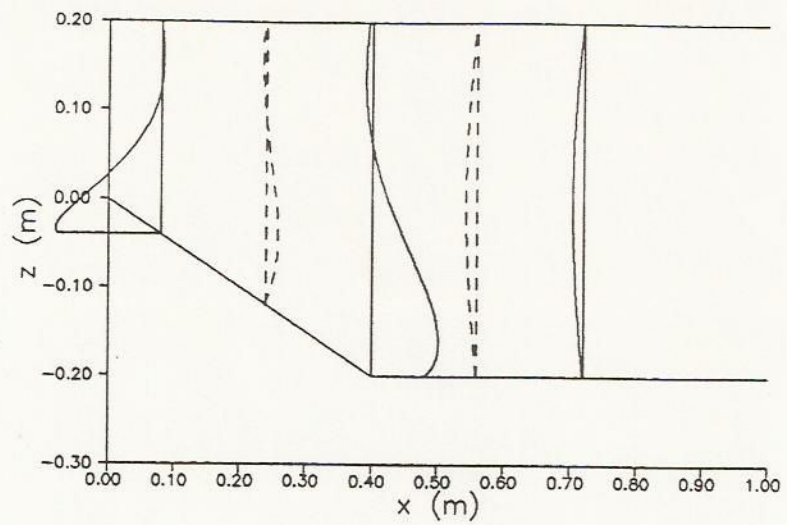


Figura 2.5. Evolución longitudinal del perfil de la componente vertical de velocidad.

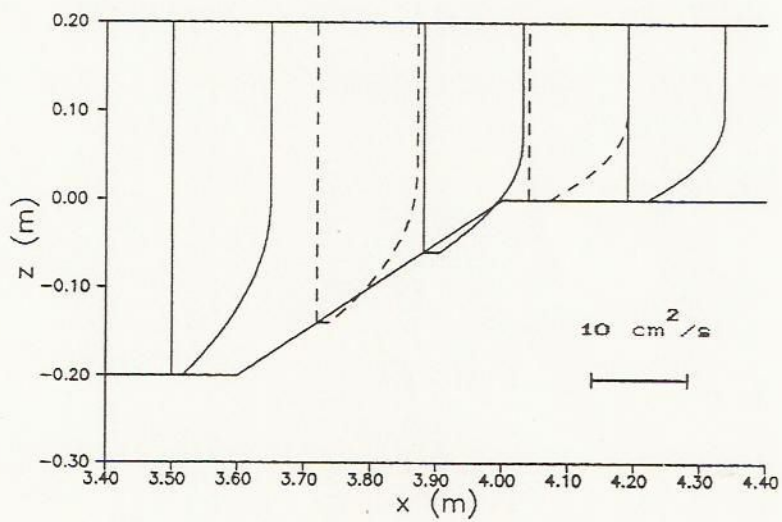
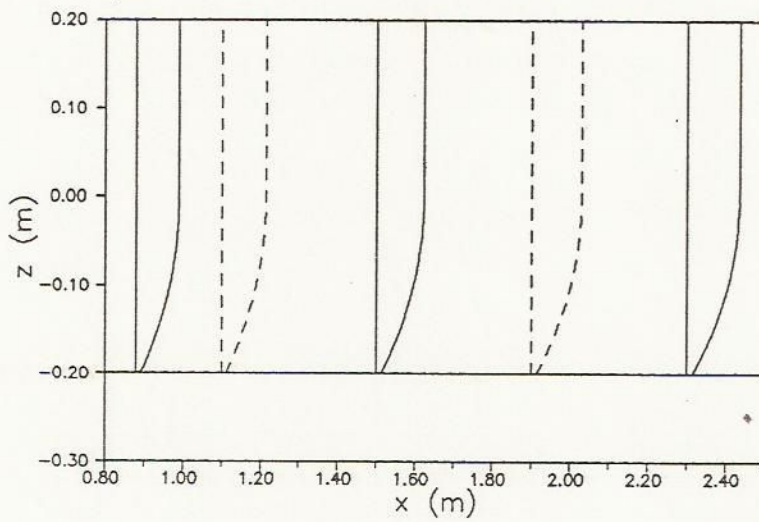
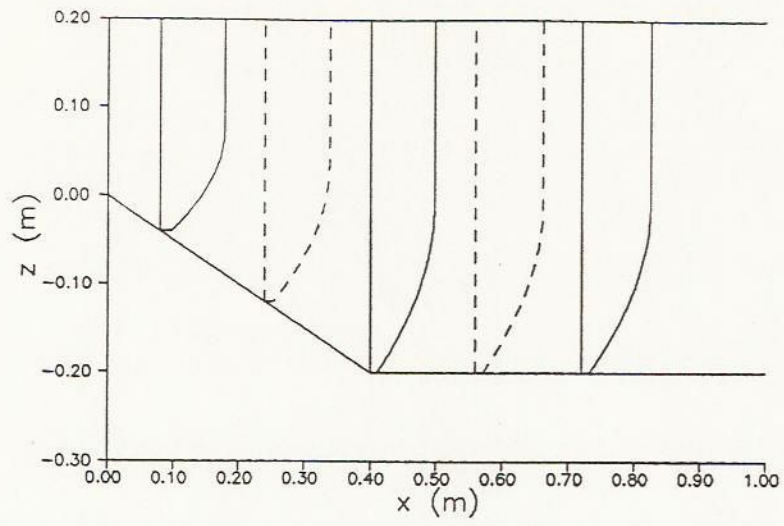


Figura 2.6. Evolución longitudinal del perfil del coeficiente de mezcla.

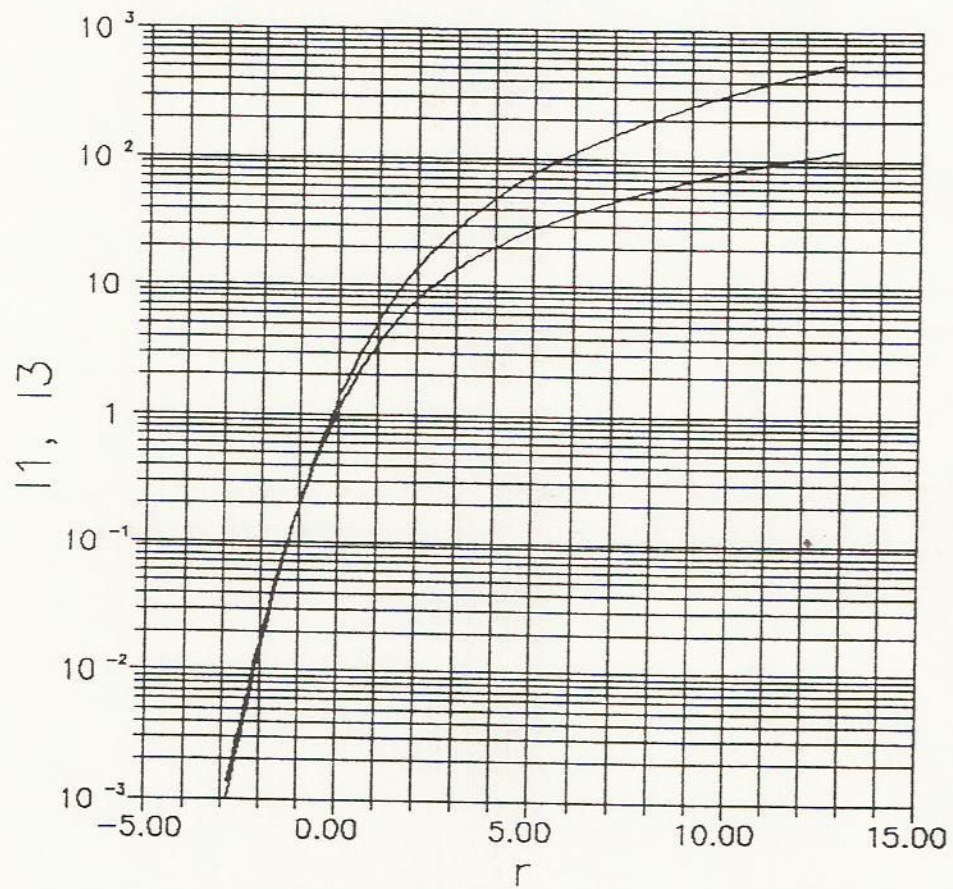


Figura 3.1. Funciones de arrastre de sedimentos.

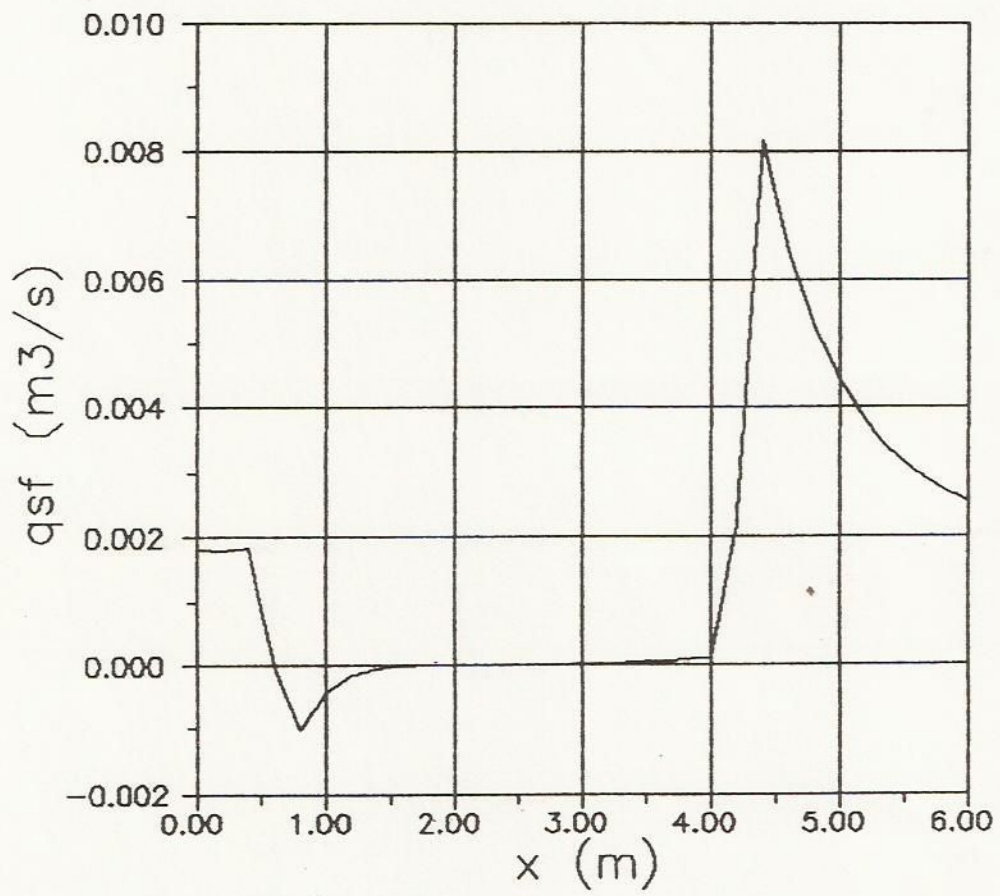


Figura 3.2. Evolución longitudinal de la descarga de fondo.

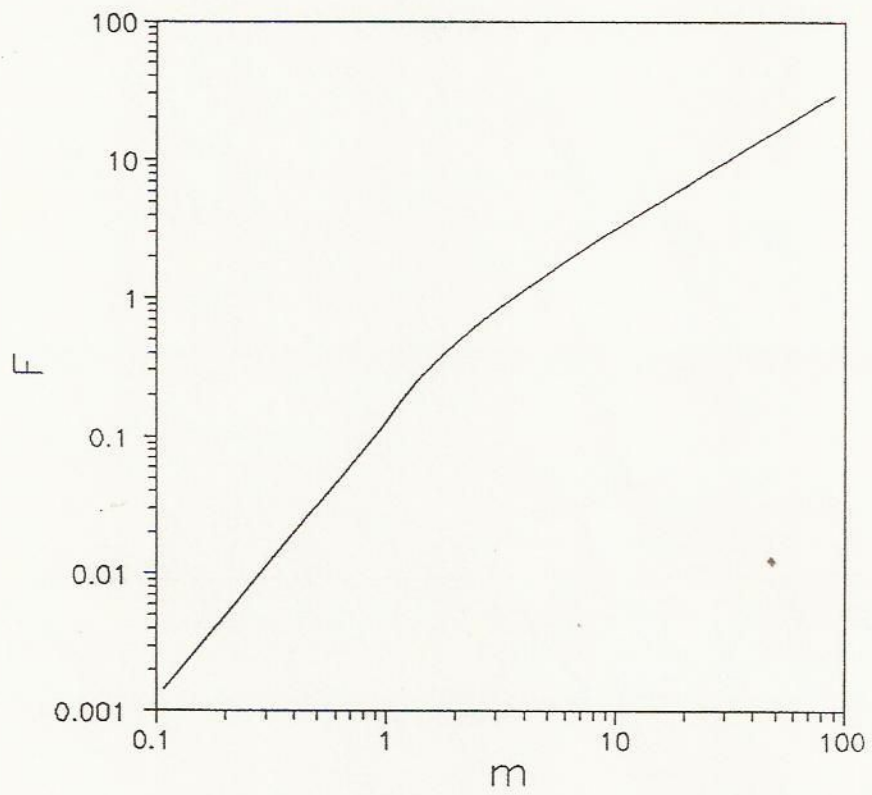


Figura 3.3. Parámetro de arrastre por ola.

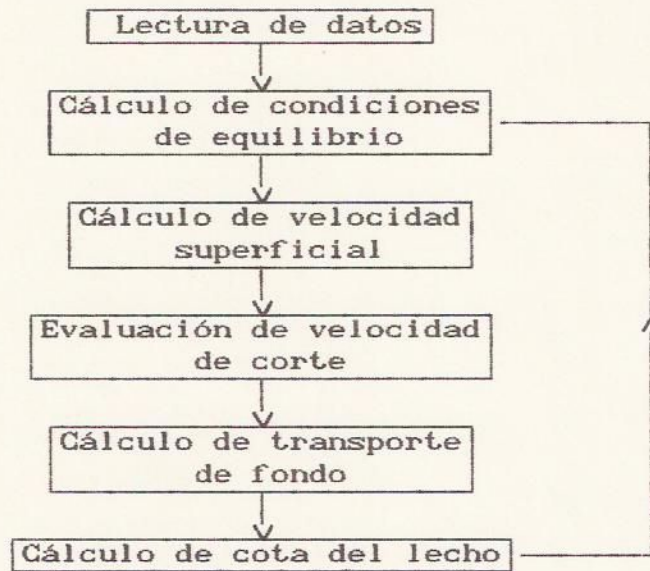


Figura 4.1. Estructura del programa ZANJA

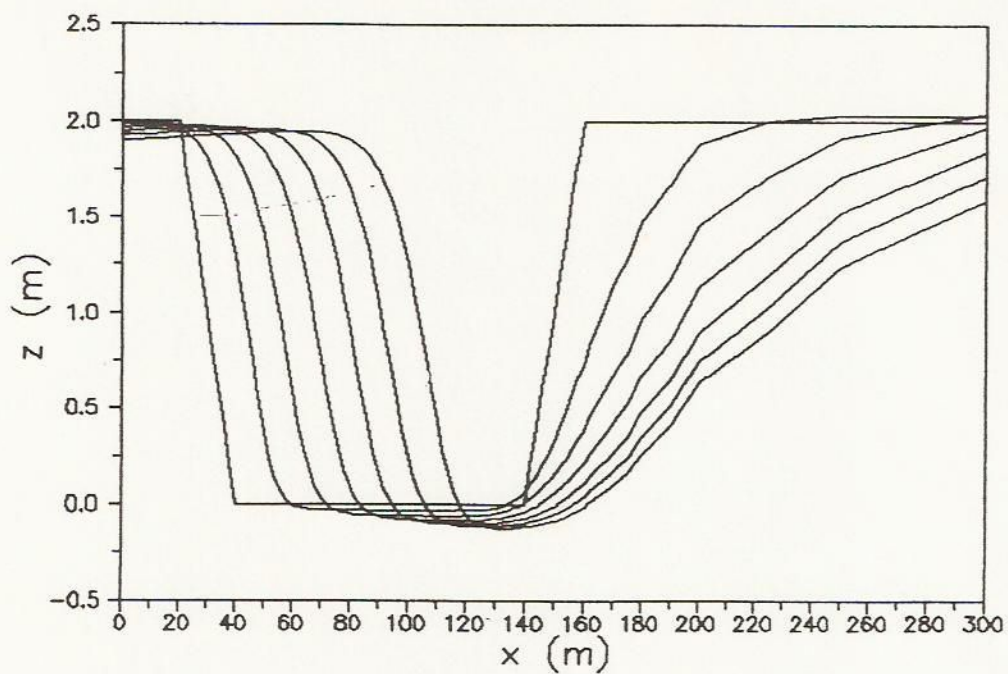


Figura 4.2. Evolución de una zanja por acción de una corriente permanente. Perfiles cada 10 días.

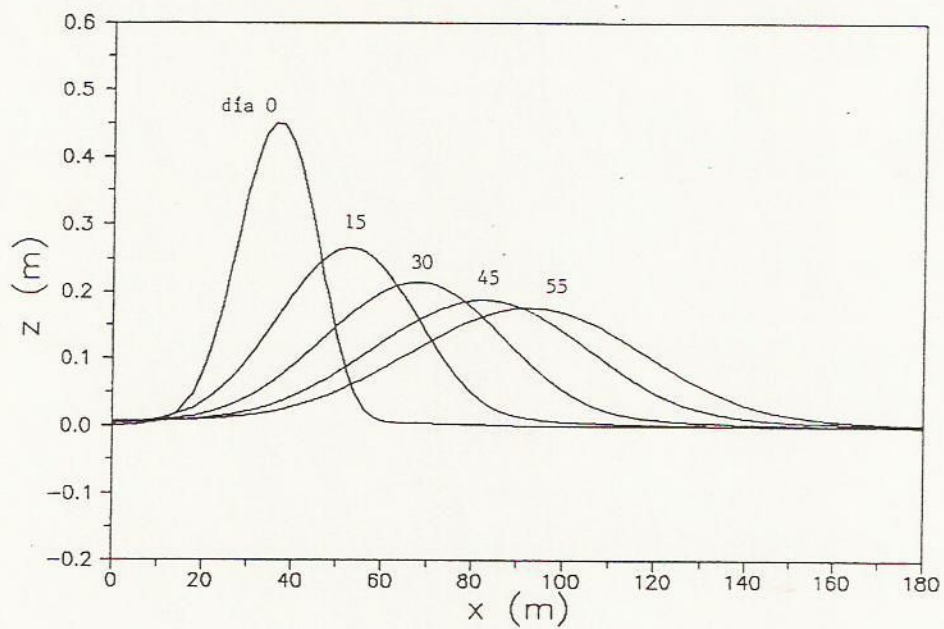


Figura 4.3. Evolución de una forma de fondo por acción de una corriente permanente.

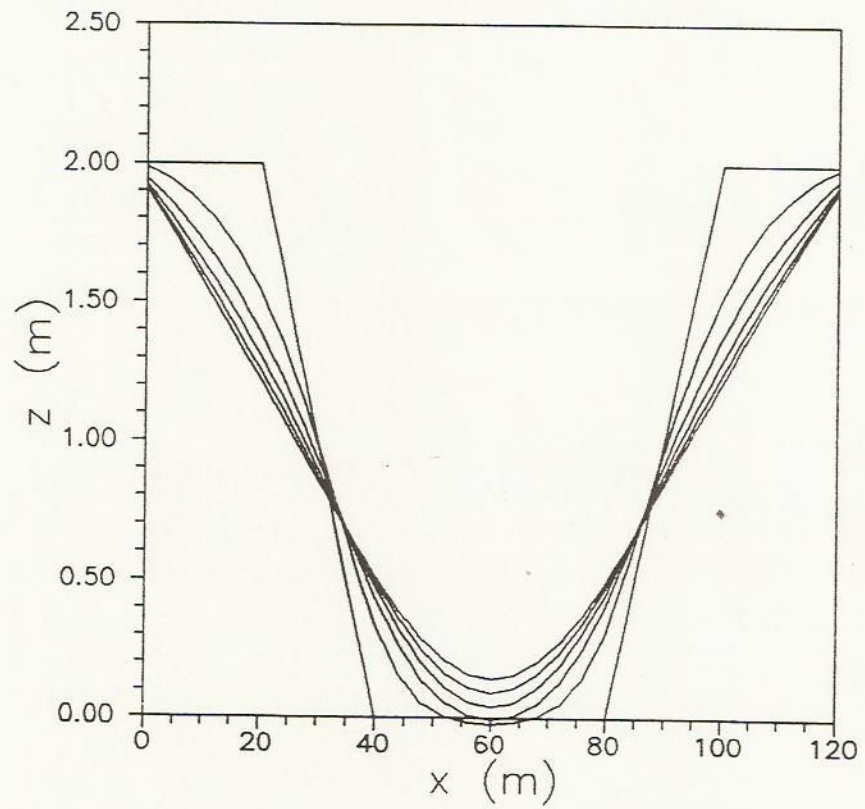


Figura 4.4. Evolución de una zanja por acción de una corriente oscilatoria. Perfiles cada 10 días.

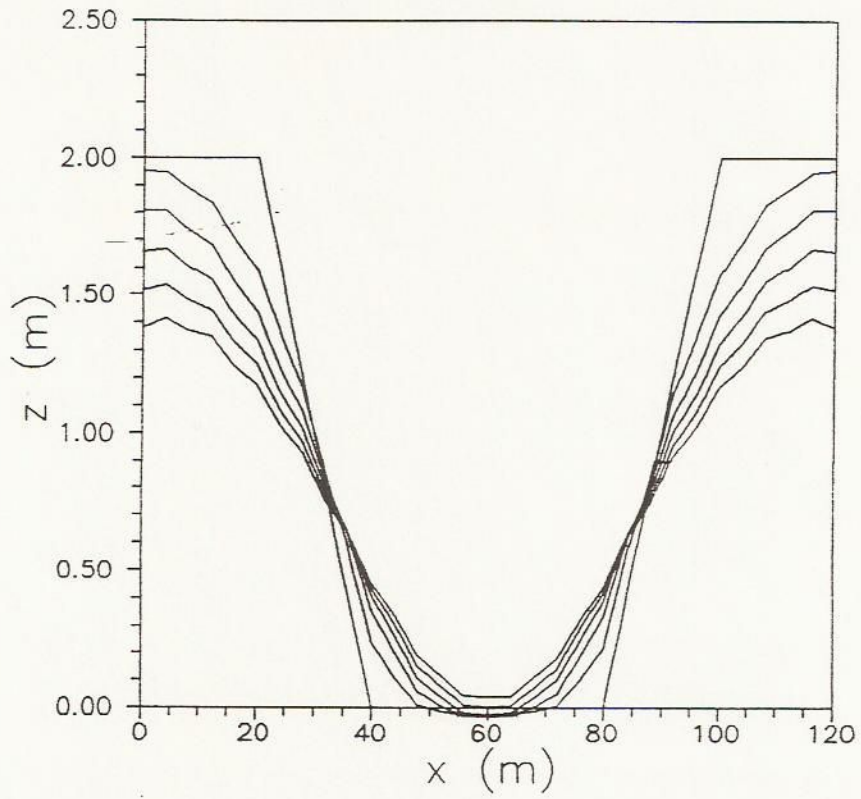


Figura 4.5. Efecto del parámetro de Lax. $\gamma=0$.
Perfiles cada 10 días.

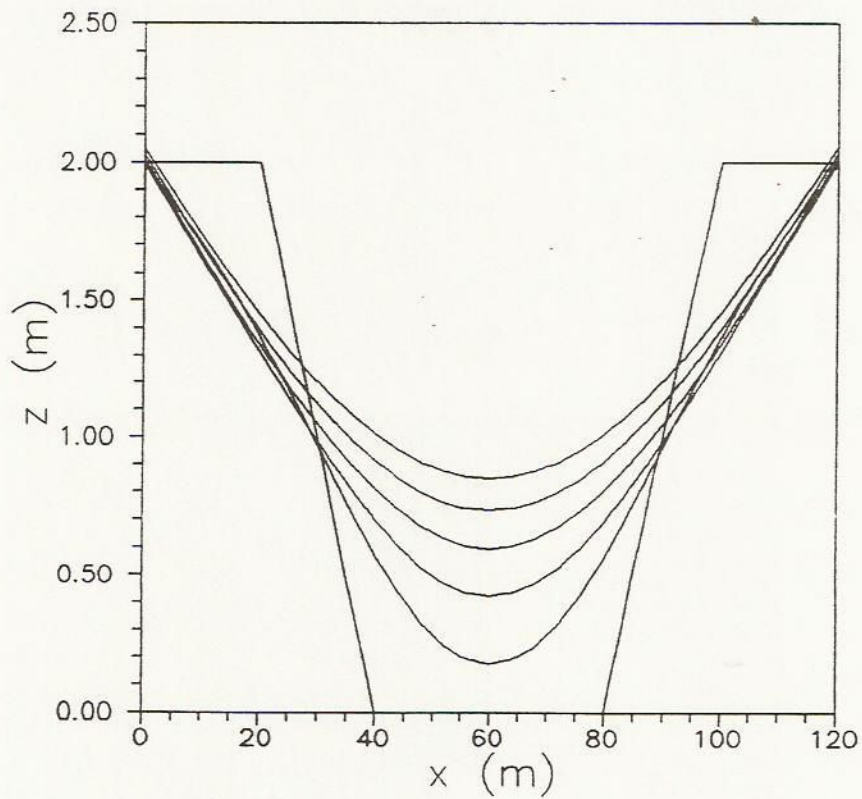


Figura 4.6. Efecto del parámetro de Lax. $\gamma=0.1$.
Perfiles cada 10 días.

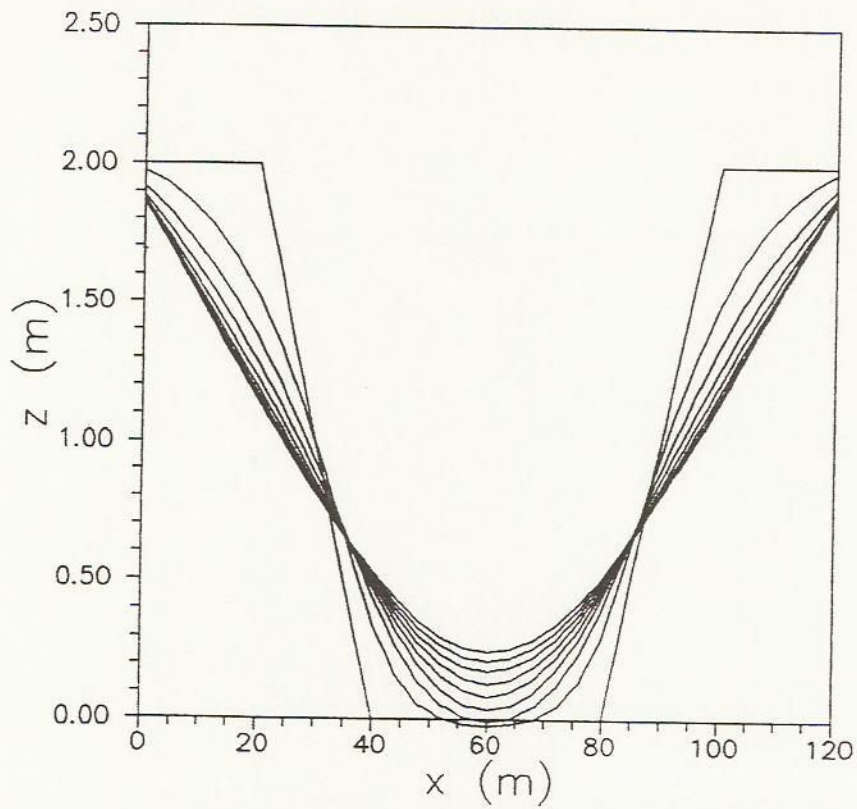


Figura 4.7. Efecto del período de la corriente. Inversión cada 6 horas. Perfiles cada 10 días.

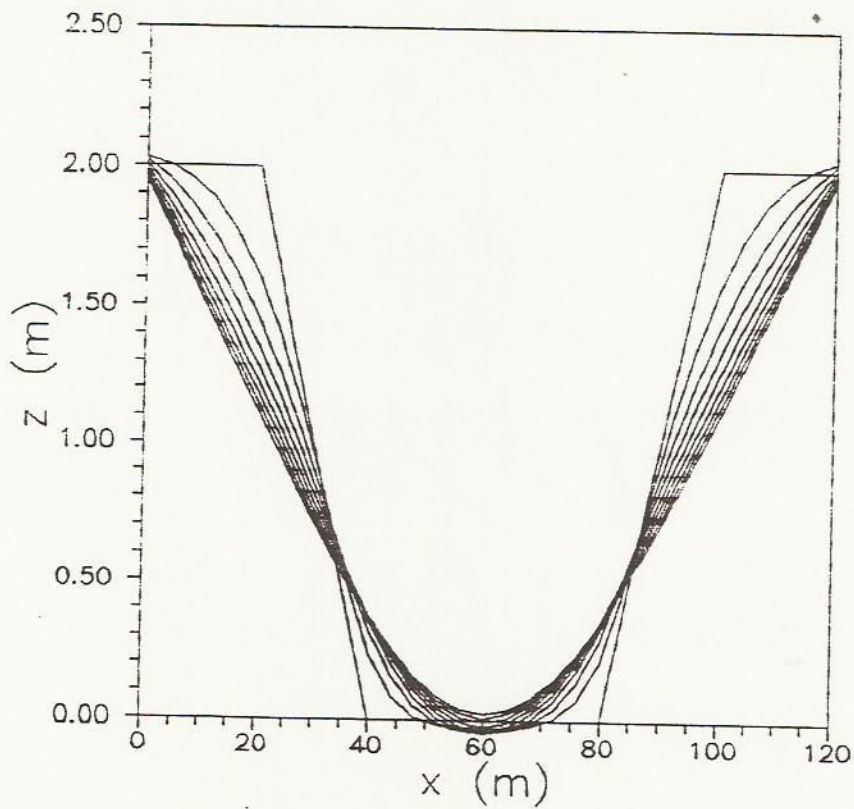
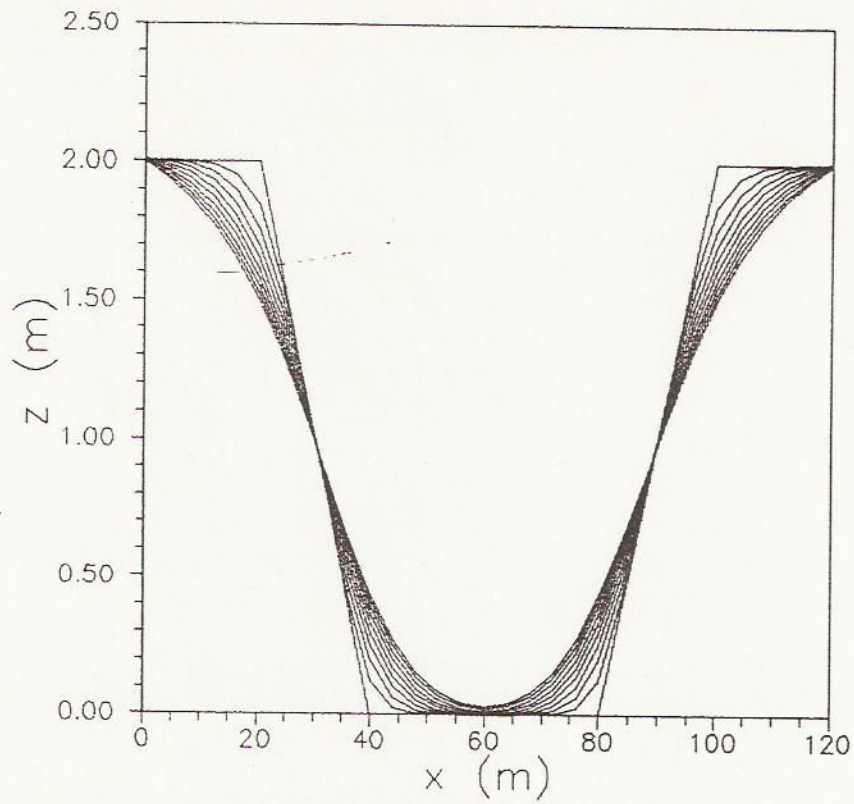
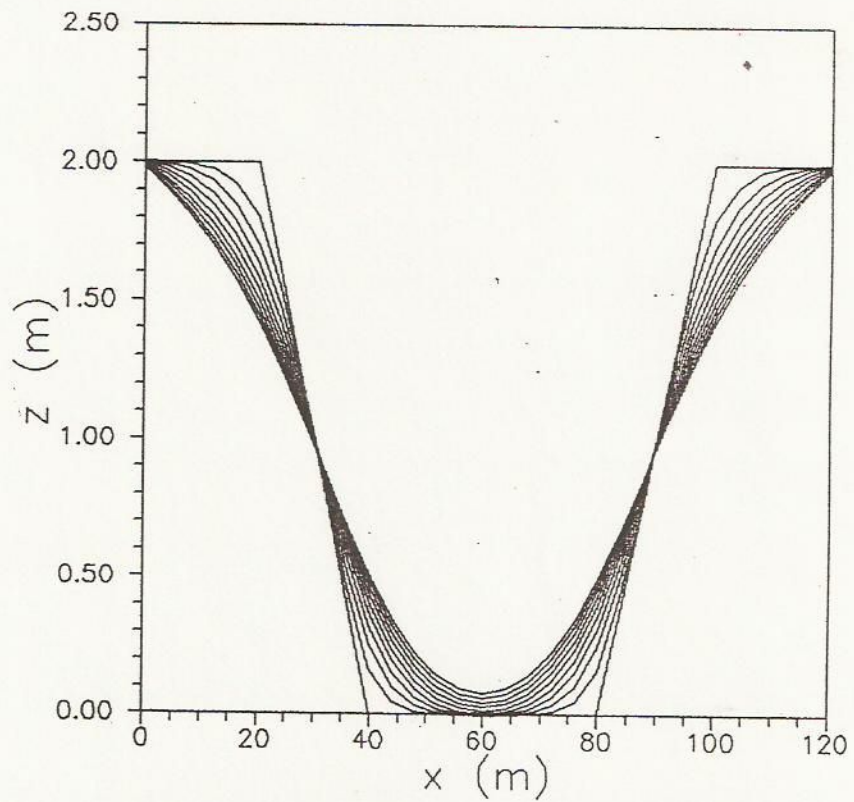


Figura 4.8. Efecto de la inclinación de la corriente. Angulo de 45 grados. Perfiles cada 10 días.



a) sin oleaje



b) $H_o = 0.50$ m, $T_o = 150$ seg.

Figura 4.9. Efecto del oleaje. Perfiles cada 10 días.

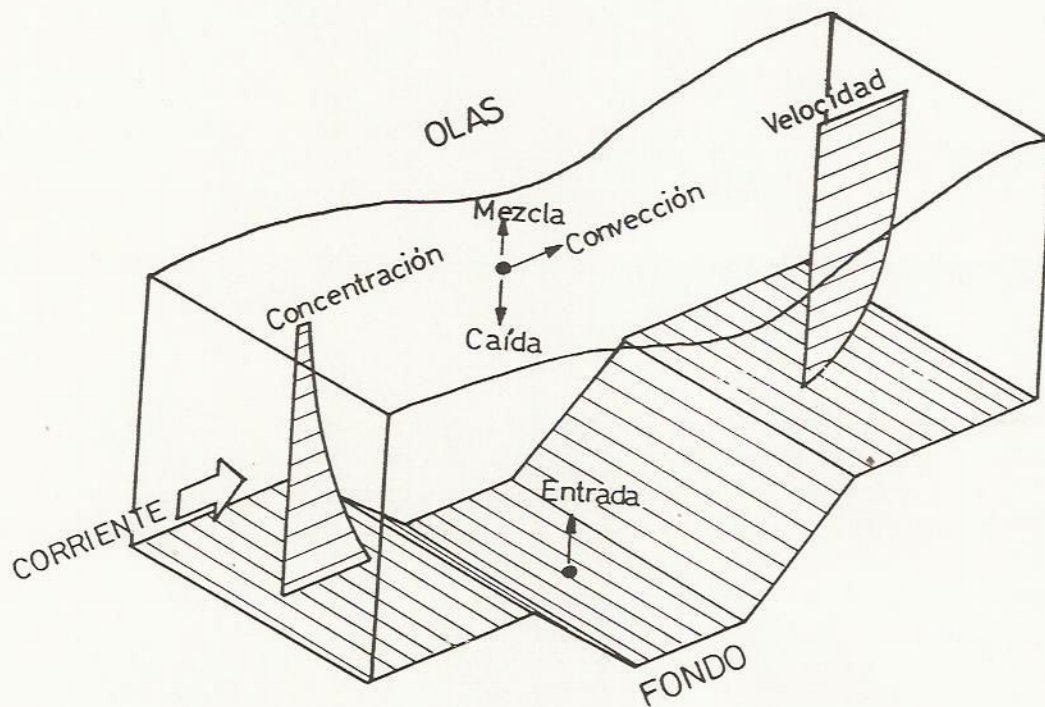


Figura 5.1. Volumen de control para el balance de sedimento en suspensión.

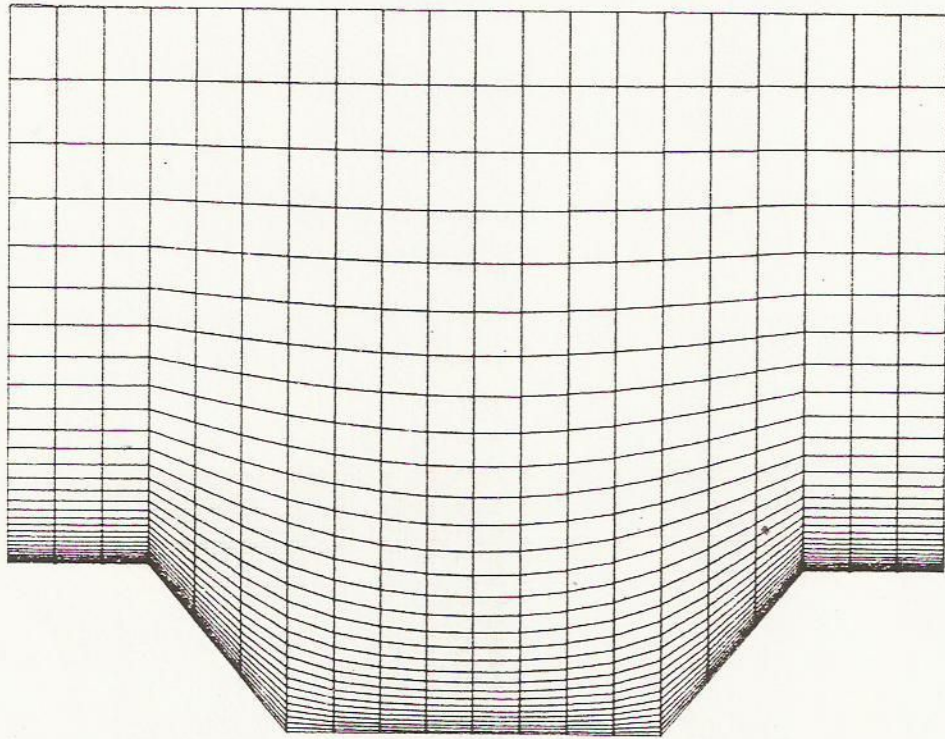


Figura 5.2. Malla típica de elementos finitos.

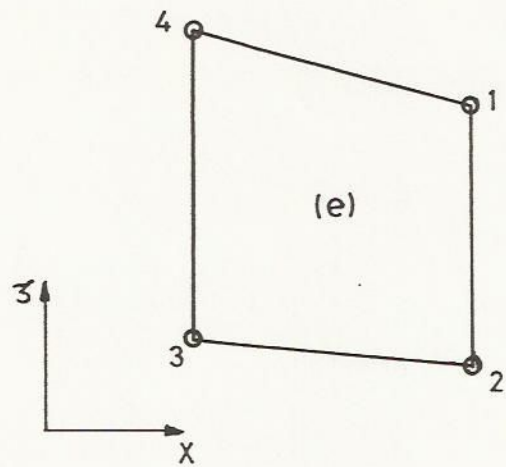


Figura 5.3. Numeración local de nodos en un elemento finito.

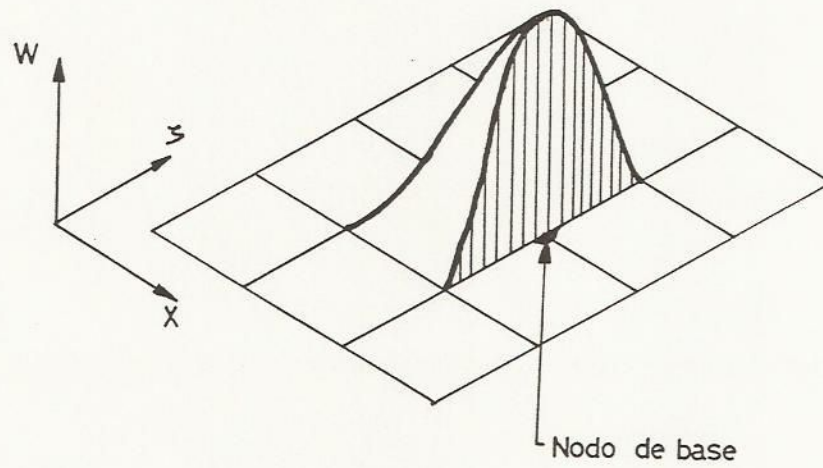


Figura 5.4. Función de peso asociada a un nodo.

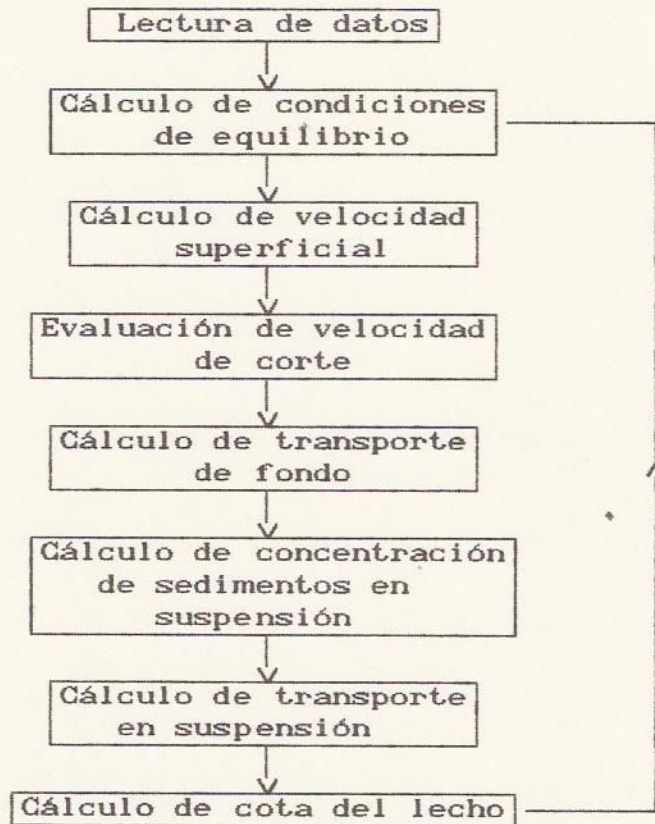
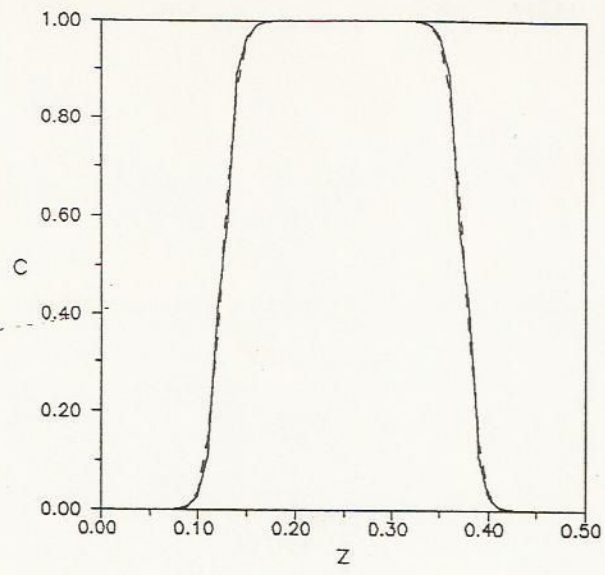
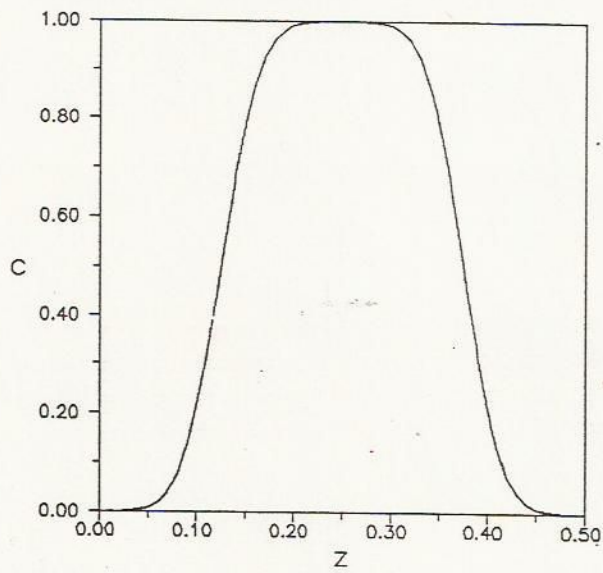


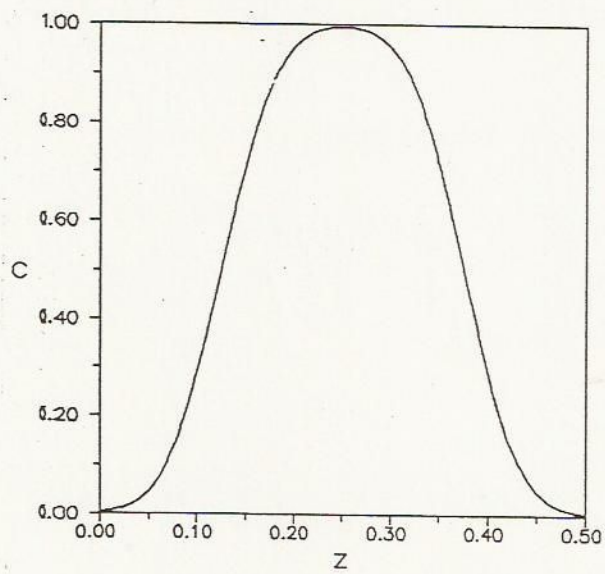
Figura 6.1. Estructura del programa AGRADA



a) $x=0.01$

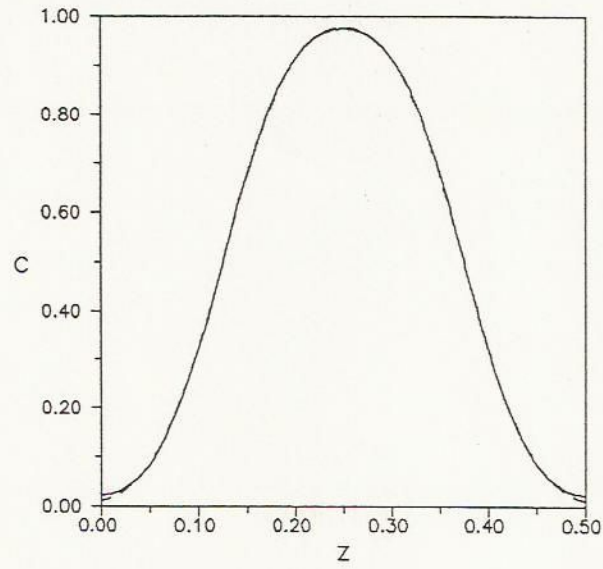


b) $x=0.05$

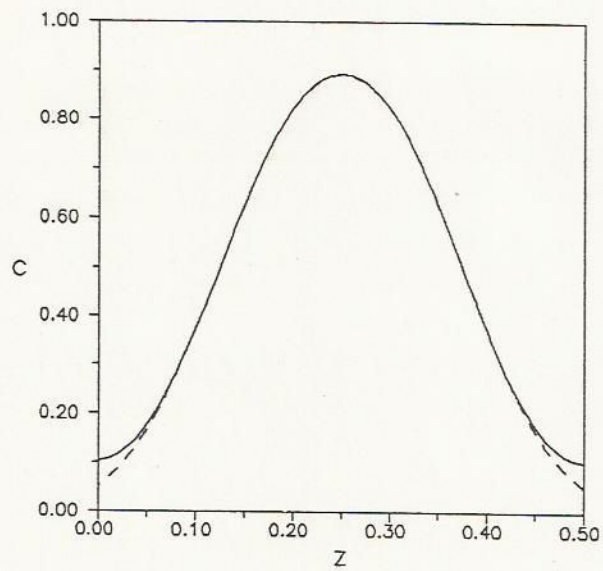


c) $x=0.10$ --- solución cerrada
 — solución numérica

Figura 6.2. Problema simplificado. Advección nula.
 $\Delta x=0.01$.



a) $x=0.15$



b) $x=0.30$

--- solución cerrada
 — solución numérica

Figura 6.3. Problema simplificado. Advección nula.
 $\Delta x=0.03$.

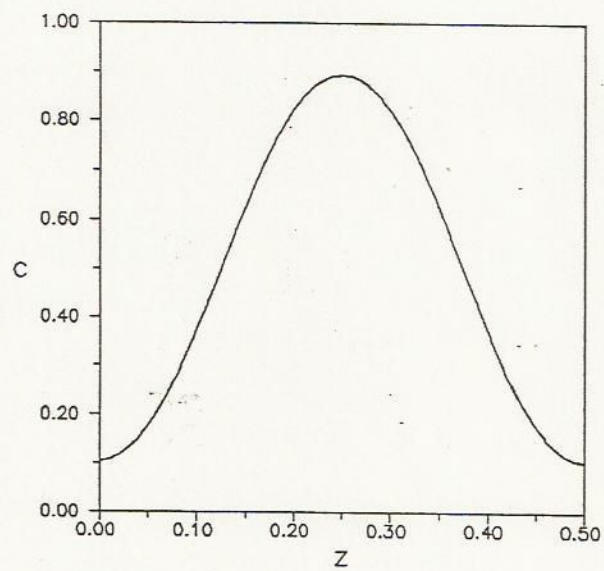
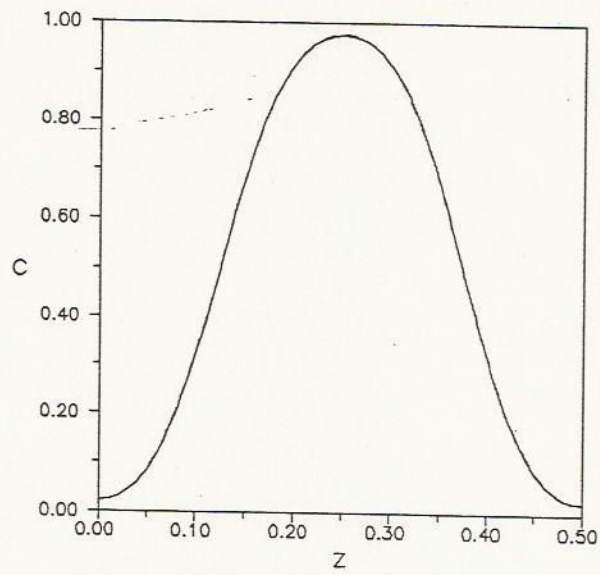
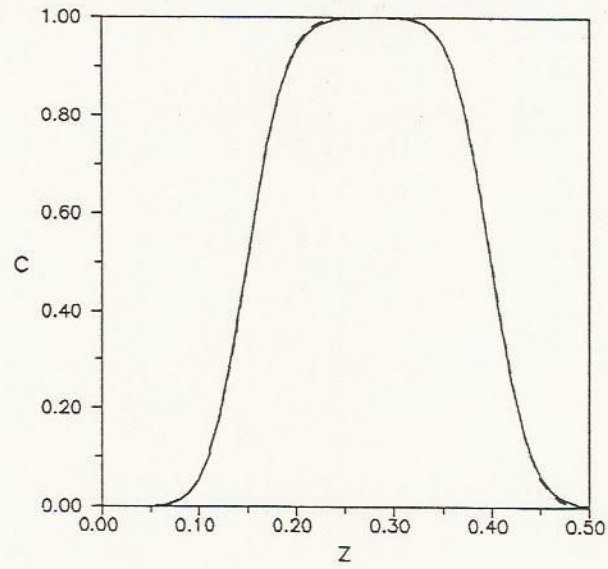
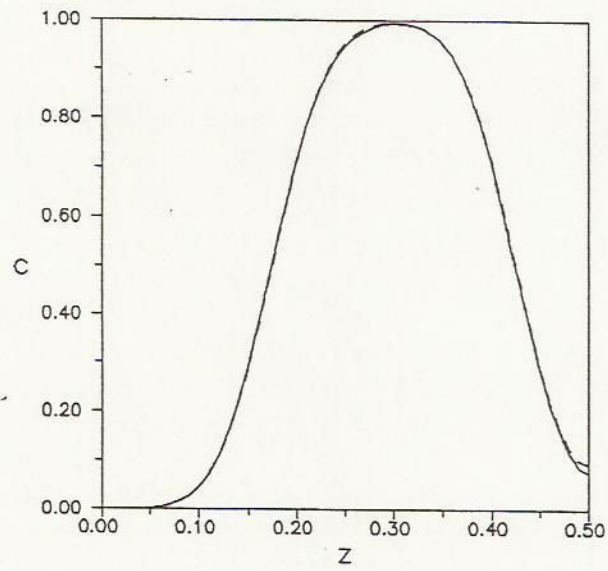


Figura 6.4. Problema simplificado. Efecto de las condiciones de borde. Referencias como en la Figura 6.3.



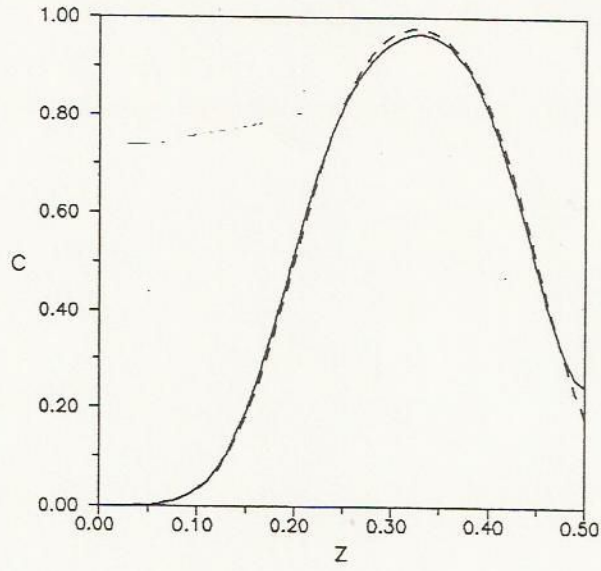
a) $x=0.05$



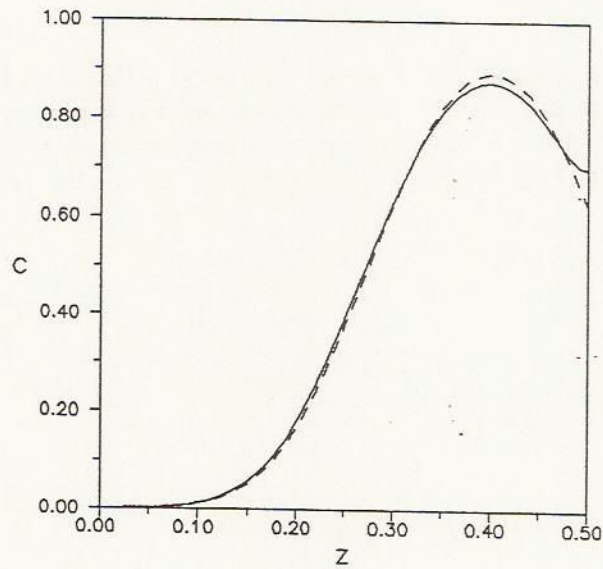
b) $x=0.10$

--- solución cerrada
 — solución numérica

Figura 6.5. Problema simplificado, con advección.
 $\Delta x=0.01$.



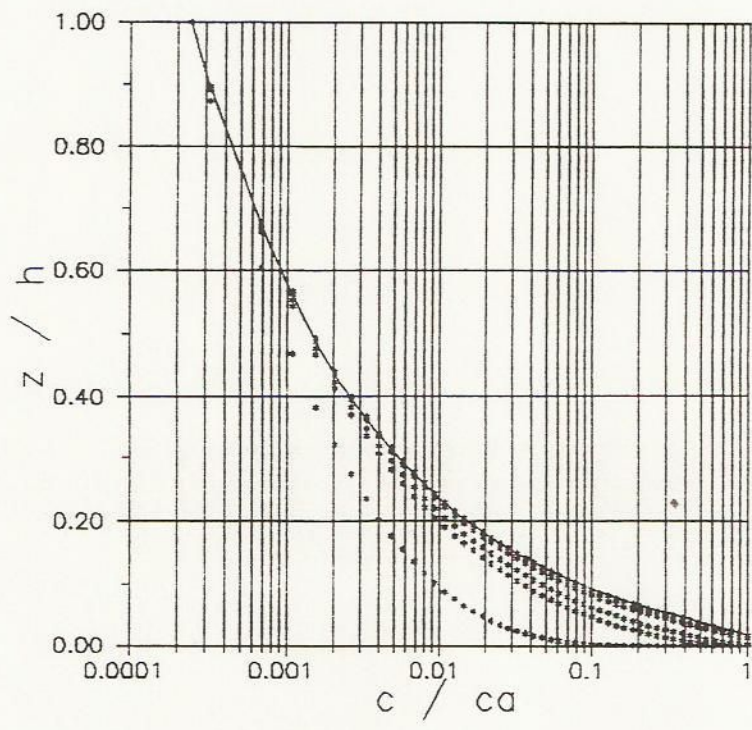
a) $x=0.15$



b) $x=0.30$

--- solución cerrada
 — solución numérica

Figura 6.6. Problema simplificado, con advección.
 $\Delta x=0.03$.



— perfil de equilibrio
 *** solución numérica

Figura 6.7. Evolución del perfil de concentración hacia el equilibrio.

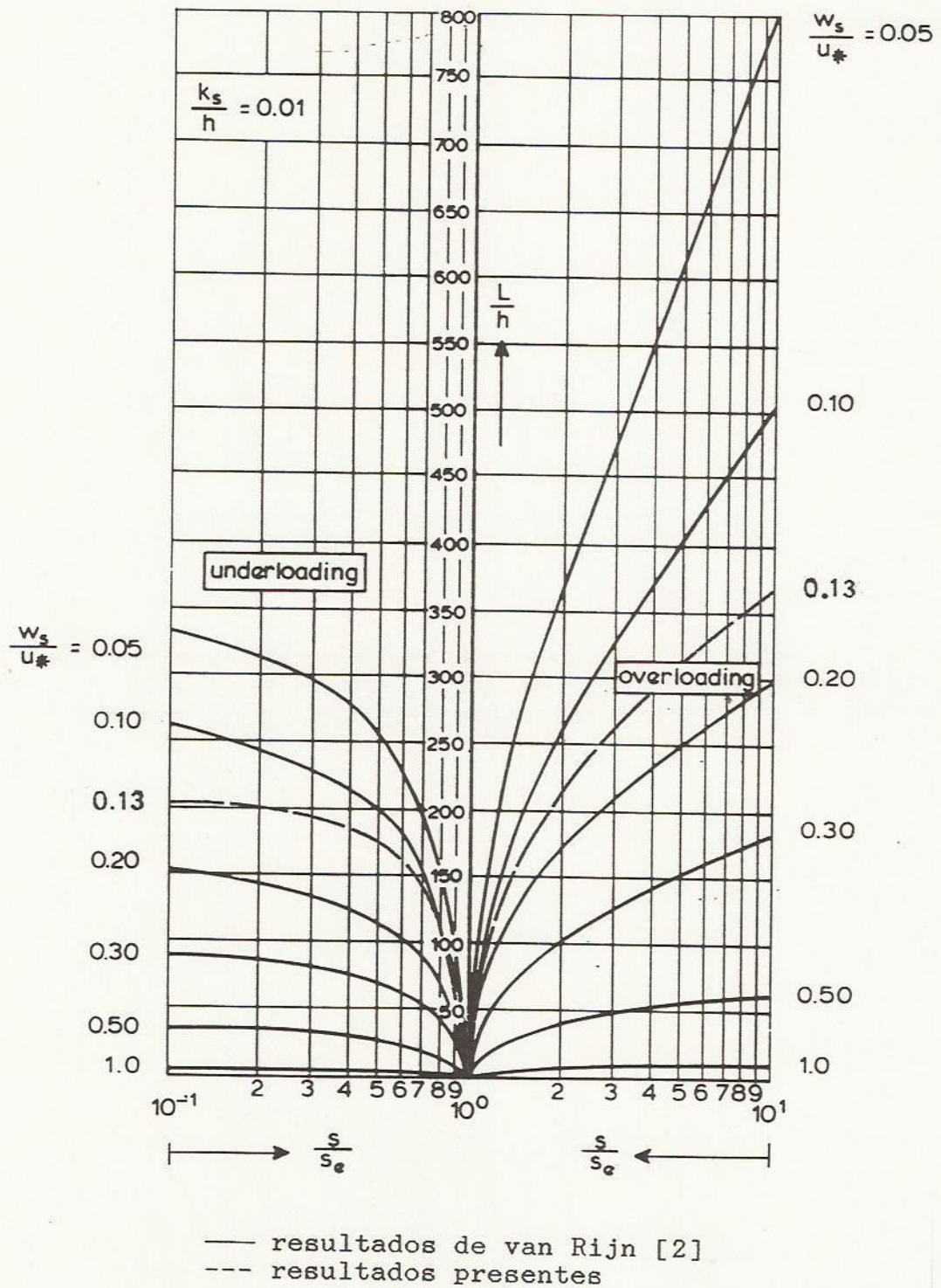


Figura 6.8. Longitud de ajuste (S : descarga sólida en suspensión, S_e : descarga de equilibrio).

Fig. 6.9. Comparacion entre solucion numerica y datos experimentales.

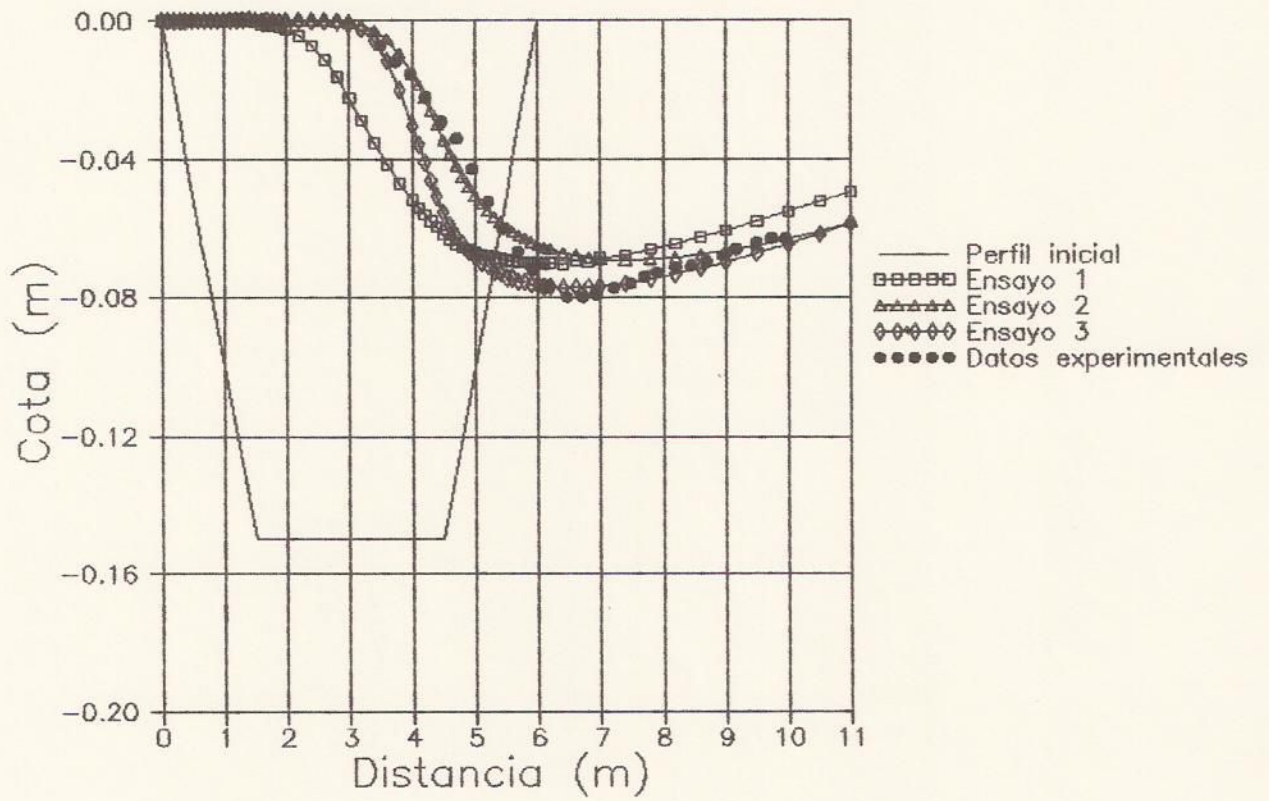


Fig. 6.10. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 1 y 2.

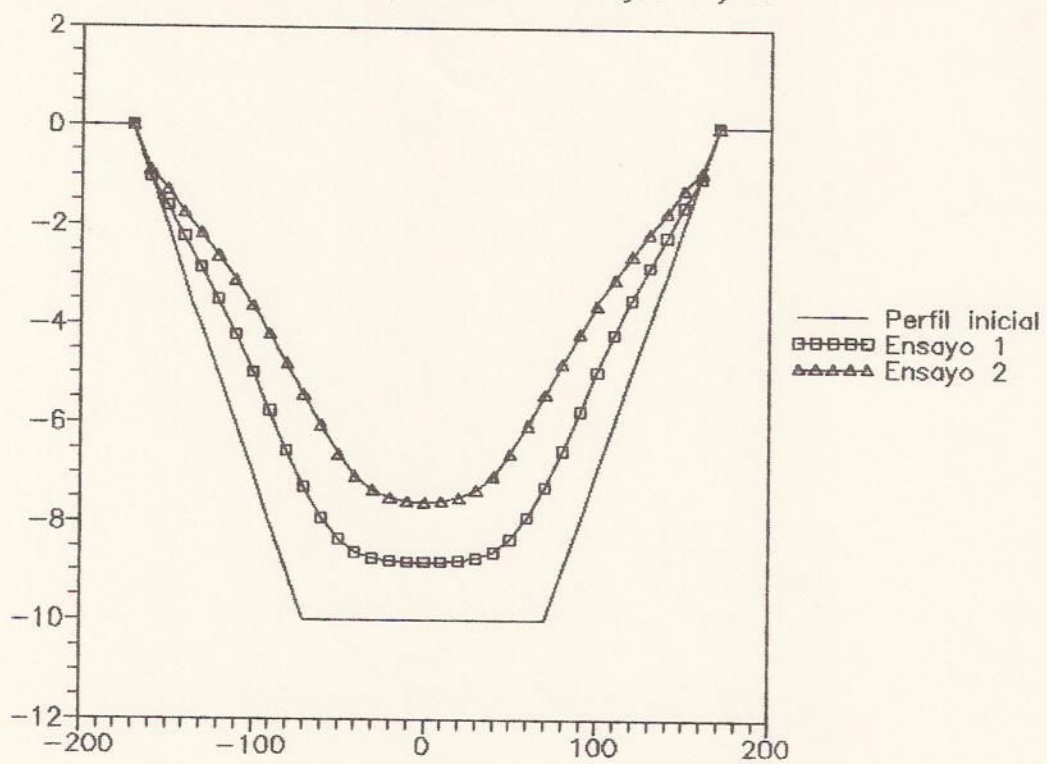


Fig. 6.11. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 1 y 3.

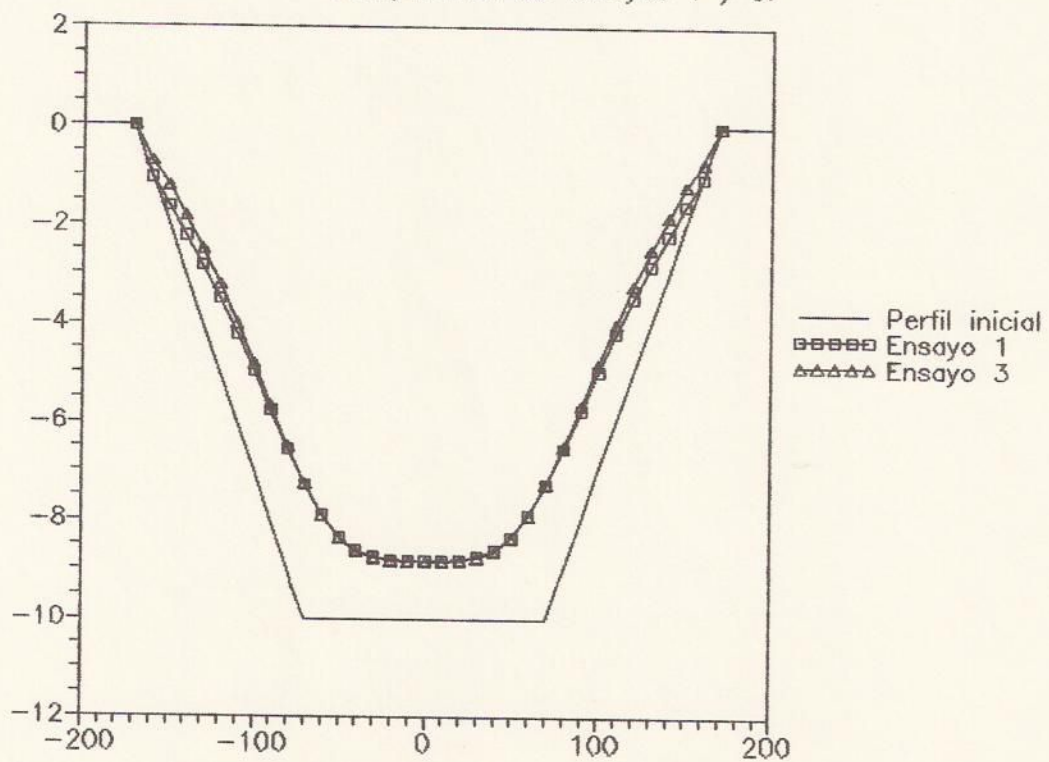


Fig. 6.12. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 2 y 4.

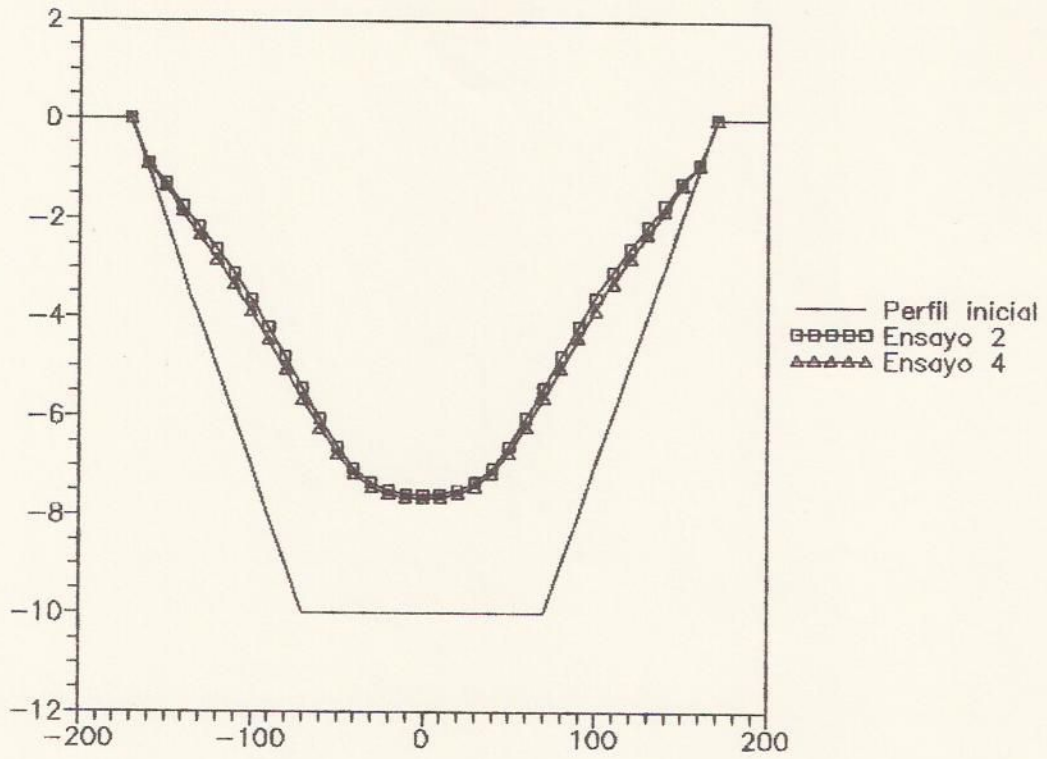


Fig. 6.13. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 1 y 5.

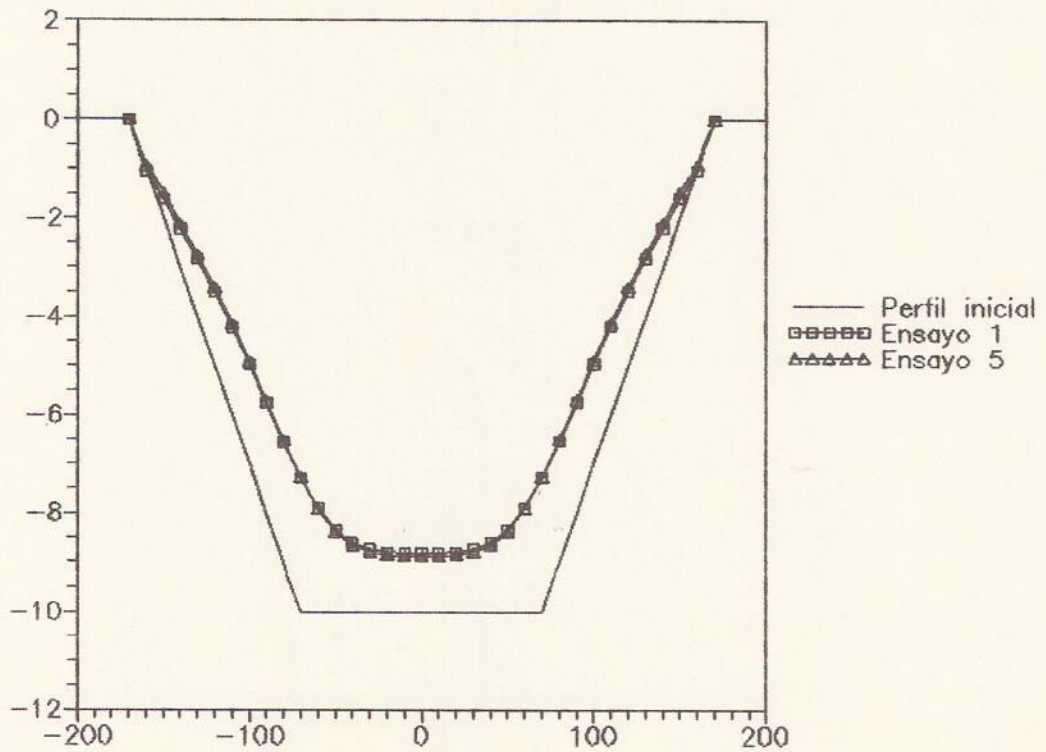


Fig. 6.14. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 1 y 6.

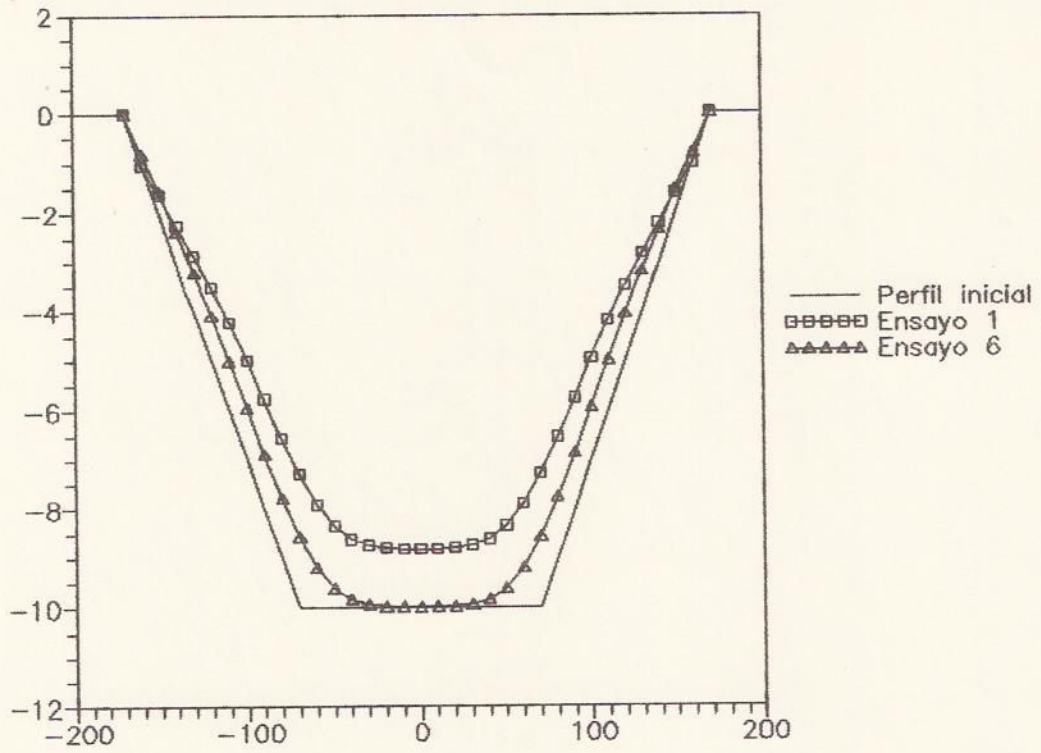


Fig. 6.15. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 1 y 7.

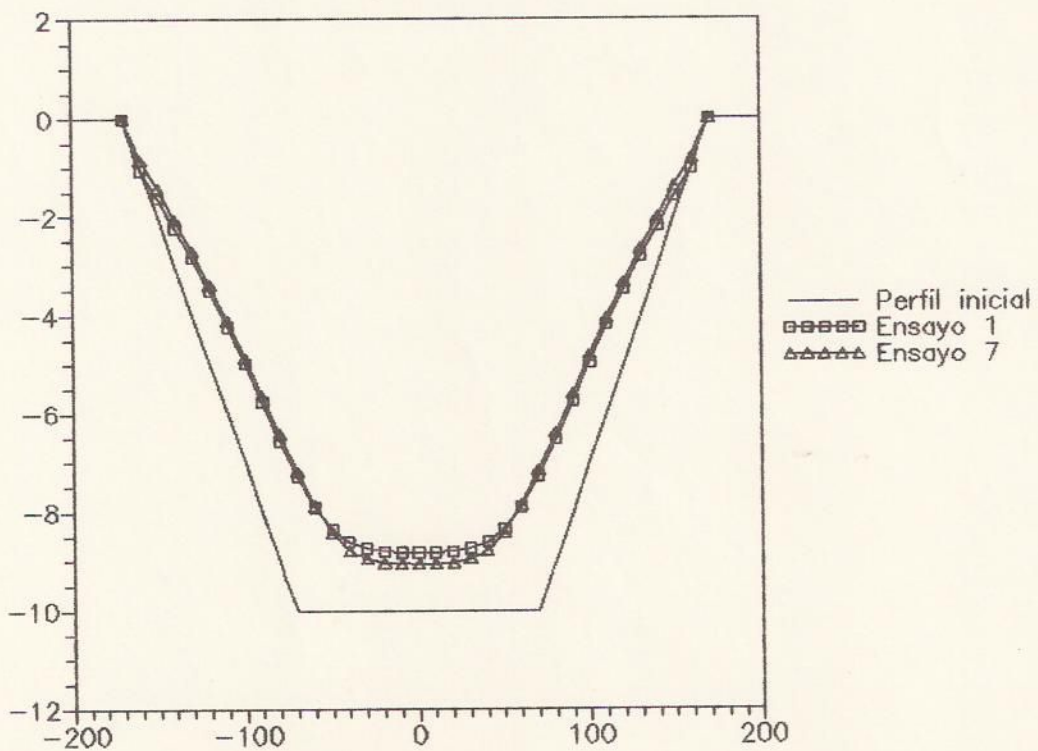


Fig. 6.16. Perfil de fondo luego de 35 días.
Comparacion de Ensayos 7 y 8.

