

DESEMPEÑO DE MODELOS DE DISTRIBUCION LATERAL DE VELOCIDADES EN CANALES DE SECCIÓN COMPUESTA

Juan F. Weber^{1,2}, Ángel N. Menéndez^{3,4}

1 Departamento de Hidráulica, F.C.E.F.yN. Universidad Nacional de Córdoba – Av. Vélez Sarsfield 1601 – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina – e-mail: jweber@efn.uncor.edu

2 Departamento de Ingeniería Civil, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional – Maestro Torres esq. Cruz Roja – Ciudad Universitaria – C.P. 5000 – Córdoba, Argentina

3 Laboratorio de Hidráulica – Instituto Nacional del Agua - AU Ezeiza-Cañuelas, Tramo J. Newbery Km 1,620 (1804) - Ezeiza, Pcia. Buenos Aires, Argentina – e-mail: menéndez@satlink.com

4 Facultad de Ingeniería, U.B.A. – Av. Paseo Colón 850 – C.P. C1063ACV –Buenos Aires

RESUMEN

En este trabajo se intenta definir el alcance de los modelos 1D lateral y 2D horizontal para la predicción de la distribución lateral de velocidades en canales de sección compuesta. Se analizan sus desempeños relativos y absolutos; por un lado, entre sus estimaciones, y por otro lado, entre éstas y los datos de velocidad medidos en campaña y laboratorio. Los modelos considerados son: el Método del Canal Dividido (DCM), el Método de la Distribución Lateral (LDM) y un modelo hidrodinámico 2D horizontal en elementos finitos (RMA2).

ABSTRACT

In this paper, the scope of 2D-Horizontal and 1D-Lateral models for lateral velocity distribution in compound channel sections is addressed, and their relative and absolute performances are tested by making comparisons between their predictions, on the one side, and experimental and field velocity data, on the other side. The models considered are: the Divided Channel Method (DCM), the Lateral Distribution Method (LDM) and a 2D Horizontal hydrodynamic finite-element model (RMA2).

INTRODUCCIÓN

Los estudios de Ingeniería Hidráulica vinculados a procesos fluviales usualmente requieren conocer la distribución lateral de velocidades a través de un canal de sección compuesta, constituido por un canal principal y unas planicies de inundación. Los modelos numéricos hidrodinámicos bidimensionales (como el modelo de dominio público RMA2 del USACE) es aceptado hoy como un modelo teórico apropiado para resolver el problema.

De todos modos, como en la mayoría de las aplicaciones la escala longitudinal de variación del flujo es mucho mayor a la escala lateral (dada por el ancho de flujo), las variaciones longitudinales y laterales de flujo pueden ser calculadas independientemente (Menéndez, 2003). Las primeras, a través de los modelos hidrodinámicos unidimensionales basados en las ecuaciones de Saint – Vénant (Cunge et al, 1980); en tanto que las segundas, a través de los modelos 1D de distribución lateral.

Los modelos unidimensionales de distribución lateral, que resuelven el campo lateral de la velocidad promediada en la vertical, han sido motivo de análisis y aplicación en los años recientes. Se presentan tanto a través de formulaciones heurísticas simples, relativamente antiguas, como los métodos de Lotter (1933), o del Canal Dividido (DCM, utilizado en el programa HEC-RAS, 2001), Horton (1933) o Pavlovskii (1931), o bien en ecuaciones de base física, como el método de Distribución Lateral propuesto por Wark et al (1990).

OBJETIVOS

El objetivo del presente trabajo es presentar las predicciones del perfil lateral de velocidades obtenido a través de tres modelos: el RMA2 (Donnell, 1996), tomado como representativo de los modelos numéricos hidrodinámicos bidimensionales; el programa HEC-RAS (HEC-USACE, 2001), como representativo del Método del Canal Dividido (o DCM, por sus siglas en inglés); y finalmente, la solución analítica de Shiono y Knight (1988) a la ecuación del Método de Distribución Lateral (o LDM, por sus siglas en inglés).

Se analizan los desempeños relativos entre los distintos modelos y también en relación a datos experimentales.

DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS

En los próximos párrafos se describirán los tres modelos utilizados en este trabajo: el Método del Canal Dividido (DCM, por sus siglas en inglés) o Método de Lotter (utilizado por el programa HEC-RAS, 2001), la solución analítica propuesta por Shiono y Knight (1988, 1991) al Método de la Distribución Lateral (LDM, por sus siglas en inglés) y el modelo numérico hidrodinámico bidimensional horizontal en elementos finitos RMA2-WES (Donnell et al, 2001).

MÉTODO DEL CANAL DIVIDIDO (DCM)

Lotter (1933) y posteriormente Einstein y Banks (1950) trabajaron sobre la hipótesis que el caudal total en la sección puede obtenerse como la suma de los caudales parciales fluyentes por cada subsección, asumiendo que la pendiente de la línea de energía es constante para todas las subsecciones y que los perímetros mojados parciales correspondientes a cada subárea son los dados por el contorno fijo únicamente. Esto implica que no existe difusión lateral de cantidad de movimiento; las pérdidas de energía son sólo debidas a la fricción.

El caudal parcial Q_i de cada subsección se puede obtener como:

$$Q_i = K_i S_0^{1/2} \quad (1)$$

donde:

S_0 pendiente longitudinal
 K_i conductividad hidráulica de cada subsección, dada por

$$K_i = \frac{A_i R_i^{2/3}}{n_i} \quad (2)$$

en esta ecuación:

- A_i Área de la subsección i
 R_i Radio hidráulico de la subsección i
 n_i Coeficiente de rugosidad de Manning de la subsección i

La distribución lateral de velocidades puede ser estimada a partir de los caudales Q_i calculados con la ecuación (1). La velocidad media en una subsección, V_i , se puede estimar como:

$$V_i = \frac{Q_i}{A_i} \quad (3)$$

Este modelo está implementado en el programa HEC-RAS en su comando *Flow Distribution*.

MODELO HEC-RAS

El modelo unidimensional tiene como objetivo la resolución de la ecuación de Bernoulli, para el flujo permanente gradualmente variado:

$$Y_2 + Z_2 + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} = Y_1 + Z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_e \quad (4)$$

$$h_e = L\bar{S}_f + C \left(\frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} \right) \quad (5)$$

$$\bar{S}_f = \frac{1}{2} (S_{f1} + S_{f2}) \quad (6)$$

Donde:

- Y_i Tirante o profundidad de flujo en la sección i
 Z_i Cota o elevación del fondo en la sección i
 V_i Velocidad media en la sección i
 α_i Coeficiente de distribución de velocidades o de Coriolis correspondiente a la sección i
 h_e Pérdidas de energía en el tramo entre las secciones 1 y 2
 L Longitud del tramo entre las secciones 1 y 2
 S_{fi} Gradiente longitudinal de pérdidas por fricción en la sección i
 C Coeficiente por pérdidas por contracción – expansión.

El programa utilizado es HEC – RAS (*River Analysis System*) del *U.S. Army Corps of Engineers* en su versión 3.0 (HEC, 2001). Para el desarrollo del presente trabajo resulta de interés la forma en que el modelo unidimensional estima una distribución lateral de velocidades.

El usuario debe indicar al programa que desea obtener el perfil transversal de velocidades mediante la opción *Flow Distribution*. En ella, debe indicar el número de puntos en los que desea obtener los valores de la velocidad promediada en el área de influencia de cada uno de ellos.

Suponiendo conocidos los valores de S_f y el nivel del agua en una sección determinada (los cuales fueron calculados al resolver el perfil de flujo en el problema dado), los pasos que sigue el programa son los siguientes:

- a) Divide el área de flujo en la cantidad de partes definida por el usuario (Figura 1), y luego calcula el área, perímetro mojado, radio hidráulico y profundidad hidráulica para cada parte.

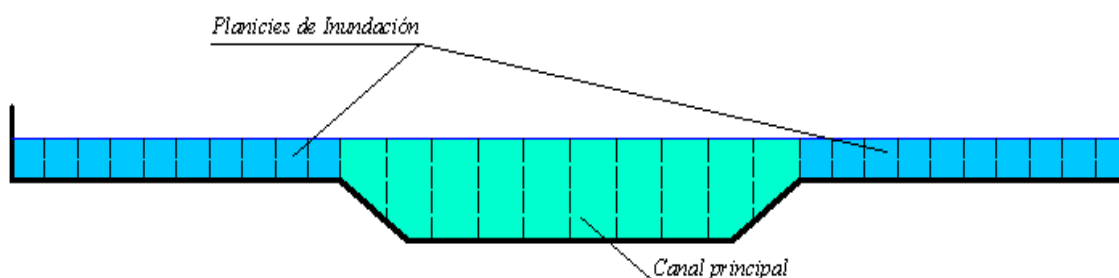


Figura 1.- Subdivisión de la sección transversal en HEC-RAS

- b) Con los valores calculados previamente, y el valor del n de Manning correspondiente, calcula la conductividad y el porcentaje de flujo en cada parte.
- c) Suma las conductividades de cada parte. En general, esta suma será distinta a la conductividad de la sección completa. Para corregir esta diferencia, calcula la relación entre la conductividad de la sección completa y la suma de las conductividades parciales. Luego multiplica la conductividad de cada sector por esa relación. Con esa conductividad determina el caudal en cada sector.
- d) Por último, calcula la velocidad media en cada sector como el cociente del caudal parcial antes determinado y el área correspondiente.

MODELO LDM

Una de las principales limitaciones del modelo DCM es la imposibilidad que tiene de considerar las pérdidas energéticas debido a la difusión lateral de cantidad de movimiento. Para poder incluirlas, es necesario plantear un modelo basado en las ecuaciones generales de movimiento o ecuaciones de Navier – Stokes, con las simplificaciones correspondientes. En este caso, es posible obtener una ecuación diferencial que permita predecir la distribución lateral de velocidades en la sección, asumiendo las condiciones de flujo permanente y uniforme y una cierta profundidad de flujo dada. Esta ecuación da lugar al denominado *Lateral Distribution Method* (LDM). La solución de la ecuación diferencial del LDM puede hacerse en forma numérica o analítica. El primer procedimiento fue propuesto por primera vez por Wark et al.(1988). En el segundo caso, el desarrollo original es debido a Shiono y Knight (1988, 1991). La integración de la ecuación de cantidad de movimiento en la dirección del flujo (ecuación de Navier – Stokes) en combinación con la ecuación de continuidad, para un flujo permanente y uniforme asumiendo como modelo de turbulencia el de la viscosidad de torbellino o de Boussinesq, da lugar a la ecuación diferencial del denominado método de la distribución lateral (LDM):

$$\rho g S_0 Y - \frac{f}{8} \rho V^2 \sqrt{1 + \frac{1}{s^2}} + \frac{d}{dy} \left[\rho \lambda \sqrt{\frac{f}{8}} Y^2 V \frac{\partial V}{\partial y} \right] = \frac{\partial}{\partial y} [Y(\rho \bar{U} \bar{V})_d] \quad (7)$$

en la cual:

- ρ : Densidad del fluido
- g : Aceleración de la gravedad,
- S_0 : Pendiente longitudinal del lecho
- Y : Profundidad de flujo
- V : Velocidad del Flujo
- y : Coordenada horizontal medida transversal a la corriente
- s : talud lateral
- f : Coeficiente de fricción de Darcy
- λ : Viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq.
- $(\rho \bar{U} \bar{V})_d$ Tensión de Reynolds debido a las corrientes secundarias

Shiono y Knight (1988, 1991) obtienen las siguientes soluciones analíticas de la ecuación (7) :

Para fondo plano (horizontal) ($s \rightarrow \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_1 e^{\eta y} + b_1 e^{-\eta y} + \frac{8gS_0 Y}{f} (1 - \beta)} \quad (8)$$

Para fondo lineal (inclinado) ($0 < s < \infty$):

$$V_{(y)} = \sqrt{a_2 Y^\psi + b_2 Y^{-\psi-1} + \omega Y + \sigma} \quad (9)$$

En estas ecuaciones:

$$\eta = \sqrt{\frac{2}{\lambda}} \sqrt{\frac{f}{8}} \frac{1}{Y} \quad (10)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s\sqrt{1+s^2}}{\lambda} \sqrt{8f}} - \frac{1}{2} \quad (11)$$

$$\omega = \frac{gS_0}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} - \frac{\lambda}{s^2} \sqrt{\frac{f}{8}}} \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\Gamma}{8gS_0 Y} \quad (13)$$

$$\sigma = -\frac{\Gamma}{\frac{\sqrt{1+s^2}}{s} \frac{f}{8} \rho} \quad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} [Y(\rho \bar{U} \bar{V})_d] = \Gamma \quad (15)$$

En las ecuaciones (8) y (9), los coeficientes a_i y b_i se obtienen al plantear las condiciones de contorno que corresponden a la de no deslizamiento en los contornos rígidos y las de continuidad y derivabilidad de la función velocidad en cada cambio de pendiente transversal del fondo (Ecuaciones 16 y 17), llegando de ese modo a un sistema lineal de ecuaciones que permite calcular los valores de estos coeficientes (Weber y Menéndez, 2003).

$$V_1^n = V_2^n \quad (16)$$

$$\frac{\partial V_1^n}{\partial y} = \frac{\partial V_2^n}{\partial y} \quad (17)$$

A pesar de que Abril (2003) ha demostrado la falta de base física de la ecuación (17), para el desarrollo del presente trabajo se la consideró válida.

El parámetro Γ de la Ecuación (15) representa el gradiente lateral de la fuerza unitaria aparente debida de la tensión de Reynolds originada por las corrientes secundarias que se desarrollan al pie del talud del canal principal. Este parámetro se determina experimentalmente.

A partir de la ecuación (7), o de las ecuaciones (8) y (9), es posible ver que para un tramo determinado de la sección transversal, el modelo analítico a considerado tiene dos parámetros, uno que pondera la fricción con el contorno fijo (parámetro f) y otro que considera la difusión lateral de *momentum* (parámetro λ). Estrictamente hablando, el modelo tiene $2n$ parámetros, siendo n el número de tramos rectos en que es posible discretizar la sección transversal. De hecho, se deberán definir, por cada tramo recto, un par de valores λ y f .

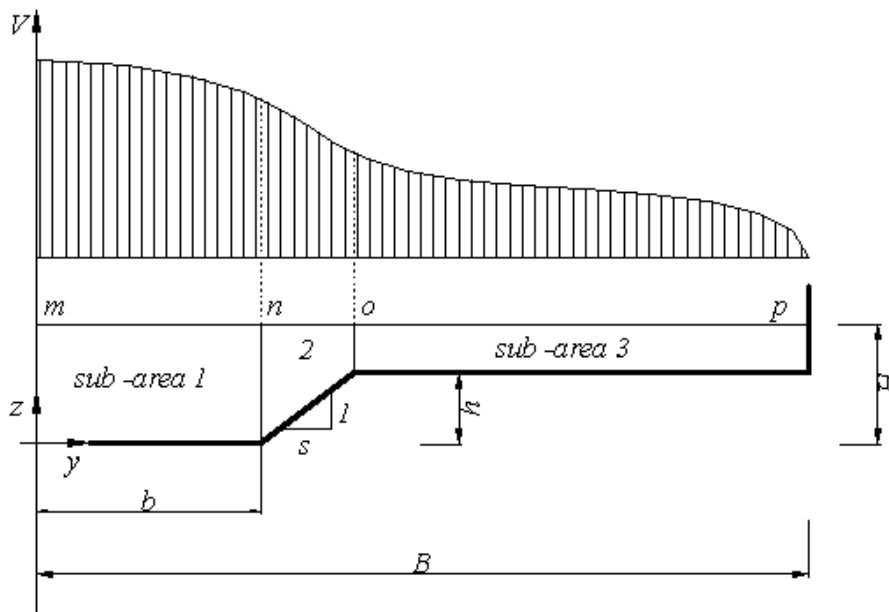


Figura 2.- Subdivisión típica de un canal de sección compuesta.

MODELO 2D

El modelo bidimensional utilizado se basa en las ecuaciones de aguas poco profundas (shallow water equations), que surgen de la integración en la vertical de las ecuaciones de Reynolds:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + Y \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial Y}{\partial x} + v \frac{\partial Y}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

$$Y \frac{\partial u}{\partial t} + Yu \frac{\partial u}{\partial x} + Yv \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{Y}{\rho} \left(E_{xx} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + E_{xy} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + gY \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial x} \right) + \frac{gun^2}{Y^{1/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} = 0 \quad (19)$$

$$Y \frac{\partial v}{\partial t} + Yu \frac{\partial v}{\partial x} + Yv \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{Y}{\rho} \left(E_{yx} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + gY \left(\frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{\partial Y}{\partial y} \right) + \frac{gvn^2}{Y^{1/3}} (u^2 + v^2)^{1/2} = 0 \quad (20)$$

La ecuación (18) es la de conservación de masa, en tanto que la (19) y la (20) son las ecuaciones de cantidad de movimiento en las direcciones x e y, respectivamente, donde:

Y	Profundidad de flujo
u, v	Componentes de la velocidad en las direcciones cartesianas
x, y, t	Coordenadas cartesianas y tiempo
ρ	Densidad del fluido
E	Coefficiente de viscosidad turbulenta
xx	dirección normal al plano xz - yy: dirección normal al plano yz
xy e yx	dirección de corte en cada superficie
g	Aceleración de la gravedad
Z	Cota del fondo
n	Coefficiente de rugosidad de Manning

El modelo numérico utilizado es el RMA2 desarrollado por el *U.S. Army Corps of Engineers – Waterways Experiment Station – Hydraulics Laboratory* (Donnell et al. 2001). En éste, las ecuaciones (18), (19) y (20) son resueltas por el método de los elementos finitos usando el método de Galerkin de los residuos ponderados. Las funciones de forma son cuadrática para la velocidad y lineal para la profundidad. La integración en el espacio se realiza por integración gaussiana. Las derivadas temporales son reemplazadas por una aproximación no lineal en diferencias finitas. Se asume que las variables varían a lo largo de cada intervalo de tiempo en la forma:

$$f_{(t)} = f_{(0)} + at + bt^c \quad t_0 \leq t < t_0 + \Delta t \quad (21)$$

La cual es derivada respecto del tiempo, y termina en una forma en diferencias finitas. Los parámetros a , b y c son constantes. La solución es totalmente implícita y el conjunto de ecuaciones simultáneas es resuelto por el método de Newton-Raphson.

En las ecuaciones (19) y (20) la viscosidad dimensional del torbellino E se estimó como:

$$\varepsilon = \lambda Y V_* = \lambda \sqrt{g S_0} Y^{3/2} \quad (22)$$

DATOS EXPERIMENTALES

Se utilizaron dos fuentes de datos experimentales en este trabajo: datos de laboratorio obtenidos en la SERC *Flood Channel Facility* (HR Wallingford, UK) y datos de campaña correspondientes al río Severn en Montford (UK).

CASOS DE LABORATORIO

El primer conjunto de casos de estudio está constituido por 8 casos experimentales desarrollados en el *Flood Channel Facility* (FCF) en *Hydraulics Research*, Wallingford, Reino Unido.

El *Flood Channel Facility* (FCF) es una instalación a gran escala diseñada para estudiar el flujo en ríos y canales de sección compuesta. Fue construido con fondos del *Engineering and Physical Sciences Research Council* y *HR Wallingford*. Fue inaugurado en 1986. Ha sido utilizado para experimentos en gran escala de canales rectos y meandrosos. Es único en su tipo en Europa.

El *SERC Flood Channel Facility* (SERC-FCF) consiste en un canal de 56 m de longitud, 10 m de ancho y con una capacidad de 1,1 m³/s. Dispone de lados móviles lo cual le permite modelar diversas geometrías. A su vez es posible modificar la rugosidad y la permeabilidad del mismo. El caudal se mide a través de placas con orificios calibrados. El nivel aguas abajo es controlado por medio de 5 compuertas regulables. Una buena descripción de esta importante instalación experimental fue hecha por Knight y Sellin (1987). En la Figura 3 (Knight y Shiono, 1990) se puede observar una vista panorámica del FCF.



Figura 3.- SERC – Flood Channel Facility, Hydraulics Research, Wallingford, UK.

A los fines de este trabajo se consideran 8 experimentos, que dan lugar a los 8 casos mencionados, y que pueden ser clasificados en dos grupos:

- El grupo n° 1 (casos 1 a 5) corresponde a un semiancho total B de 3,15 m (ver Figura 2), la cual conduce a una relación $B/b = 4,2$.
- El grupo n° 2 (casos 6 a 8) corresponde a un semiancho total B de 1,65 m (ver Figura 2), la cual conduce a una relación $B/b = 2,2$.

Mediante la utilización de micromolinetes de 10 mm de diámetro, con un tiempo de medición

de 1 min, se determinaron las velocidades promediadas en el tiempo a lo largo de la transversal de una sección ubicada a 34 m aguas abajo del inicio del canal. Además, se midieron las tensiones de corte en el fondo por medio de tubos de Preston.

Los resultados así obtenidos fueron publicados adimensionalizados con respecto a la velocidad media de toda la sección. De todos modos, como se dispuso de los caudales medidos para cada caso (Koji Shiono, comunicación personal), fue posible dimensionalizar los datos mencionados. Las características geométricas e hidráulicas consideradas para los casos de estudio están indicadas en la Tabla 1. Las mismas están referidas a la nomenclatura definida en la Figura 2.

Tabla 1.- Propiedades geométricas e hidráulicas de los casos de estudio

	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	Caso 7	Caso 8
b (m)	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
B (m)	3.15	3.15	3.15	3.15	3.15	1.65	1.65	1.65
h (m)	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15
H (m)	0.169	0.178	0.187	0.198	0.2879	0.1667	0.1987	0.30
s	1	1	1	1	1	1	1	1
$S_0(10^{-3})$	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027	1.027
f_c	0.0156	0.0161	0.0159	0.0164	0.0139	0.0146	0.0162	0.0133
f_f	0.0339	0.0299	0.0267	0.0250	0.0155	0.0333	0.0246	0.0145
Q(m ³ /s)	0.2483	0.2821	0.3237	0.3830	1.1142	0.2421	0.3325	0.8349
Dr	0.111	0.157	0.197	0.242	0.479	0.100	0.245	0.500

En la tabla anterior, el parámetro adimensional D_r se define como:

$$D_r = \frac{H-h}{H} \quad (23)$$

En lugar de trabajar con el f de Darcy como factor de rugosidad, se creyó conveniente emplear en n de Manning, dado que su uso es más frecuente en nuestro medio, y además por contar con mayor sensibilidad y experiencia en su estimación. El valor del coeficiente de rugosidad de Manning se asumió constante para toda la sección y profundidades en 0,0104. Se ha demostrado (Weber, 2003) que el error inducido por esta simplificación es menor.

La equivalencia entre los parámetros n y f viene dada por:

$$f = \frac{8gn^2}{\sqrt[3]{Y}} \quad (24)$$

El coeficiente Γ en las ecuaciones (13) a (15) se calculó bajo las siguientes condiciones: $\beta_c = 0.15$; $\beta_f = -0.25$ (Shiono y Knight, 1991), donde β_c es el valor del parámetro β para el canal principal, y β_f corresponde a las planicies de inundación.

CASOS DE CAMPO

El segundo conjunto de casos de estudio está constituido por 3 perfiles transversales de velocidades medidos en el río Severn en Montford, Reino Unido. Estos datos fueron obtenidos del trabajo de Knight et al (1989).

El río Severn es el río más largo de Inglaterra, con más de 100 puentes que lo atraviesan. Uno de ellos está localizado en Montford, donde se ubica la estación de medición considerada. La cuenca de aporte en esa sección es de 2025 km²; el módulo del río es de 43 m³/s. La precipitación media anual en la cuenca es de 1147 mm. En la Figura 4 puede verse la localización geográfica de la sección en estudio. La sección del río consta de dos planicies de inundación, con diferentes anchos y rugosidades. En la Figura 5 puede verse la sección transversal considerada. En la tabla 2 se resumen las características principales de los tres casos analizados.



Figura 4.- Localización de la sección de análisis – río Severn en Montford.

Los coeficientes de rugosidad utilizados corresponden a los del trabajo original de Knight et al (1990). En el caso del modelo DCM y RMA2, se transformaron los valores del f de Darcy en n de Manning a través de la Ecuación (21). El parámetro Γ se asumió igual a 0, como en los trabajos previos (Knight et al 1989).

APLICACIÓN DE LOS MODELOS DESCRIPTOS

MODELO DCM

Se utilizó el modelo HEC-RAS para predecir una pseudodistribución transversal de velocidades, basada en el método de Lotter. Se corrió el programa HEC – RAS para los 8

casos indicados, obteniendo de ese modo los perfiles transversales de velocidades correspondientes. Además se realizó un análisis de sensibilidad al número de partes o sectores en que se dividió la sección transversal. Para ello, se tomaron los casos 1 a 5 indicados anteriormente y se subdividió a la sección transversal en 15, 30 y 45 partes o sectores. En los gráficos siguientes (Figuras 6 y 7) se pueden apreciar los resultados de HEC RAS conjuntamente con los datos experimentales, para los casos 1 y 5 mencionados.

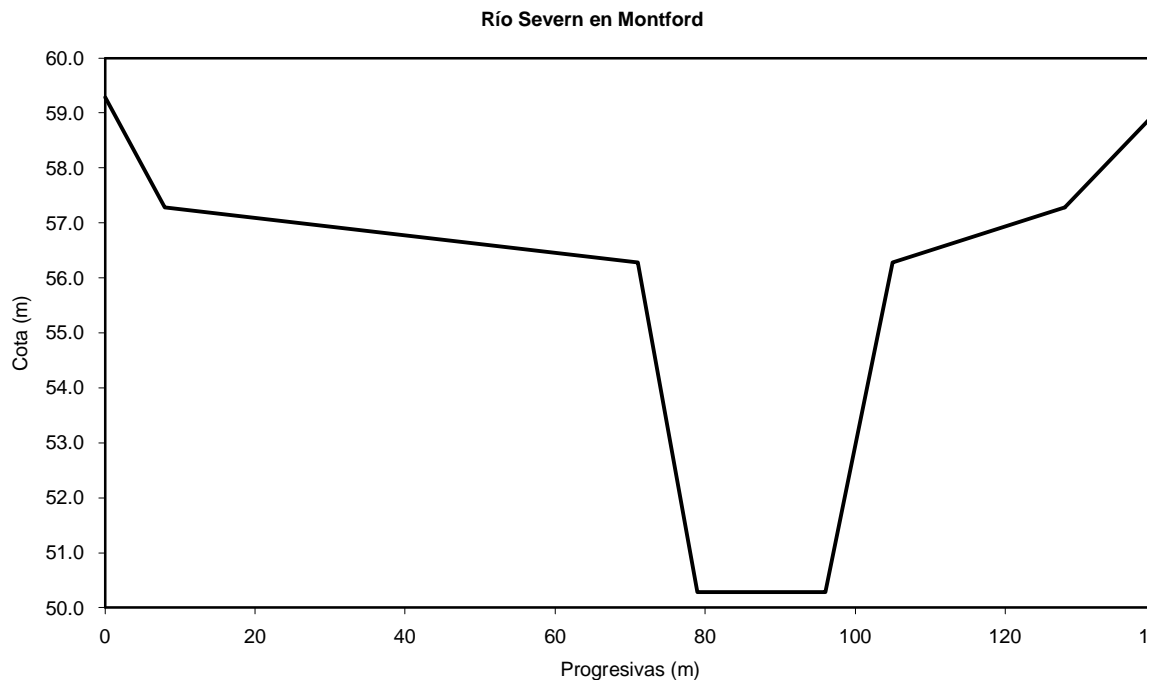


Figura 5.- Sección transversal – río Severn en Montford.

Tabla 2.- Propiedades geométricas e hidráulicas de los casos de estudio

	Caudal (m ³ /s)	Cota (m.s.n.m.)	Profundidad (m)
Caso 1	330.8	58.092	7.81
Caso 2	220.6	57.202	6.92
Caso 3	188.8	56.732	6.15

Tabla 3.- Coeficientes de rugosidad – río Severn

Pto.	X	f	N		
			Caso 1	Caso 2	Caso 3
1	0.00	0.038	0.0212		
2	8.00	0.038	0.0230	0.019	0.0193
3	71.00	0.5	0.1037	0.1002	0.0981
4	79.00	0.04	0.0318	0.0312	0.0308
5	96.00	0.5	0.1037	0.1002	0.0981
6	105.00	0.1	0.0373	0.0309	0.0312
7	128.00	0.1	0.0345		

A priori, es posible observar que los cambios más importantes en el perfil de velocidades se producen en el talud. Puede verse que para los casos analizados, no hay gran variación en el perfil transversal de velocidades estimado a partir del modelo cuando se varía el paso de discretización; en los valores correspondientes al cauce principal, las diferencias son siempre inferiores al 3%, en tanto que en la planicie son prácticamente nulas (imperceptibles para la precisión con que HEC-RAS presenta los resultados).

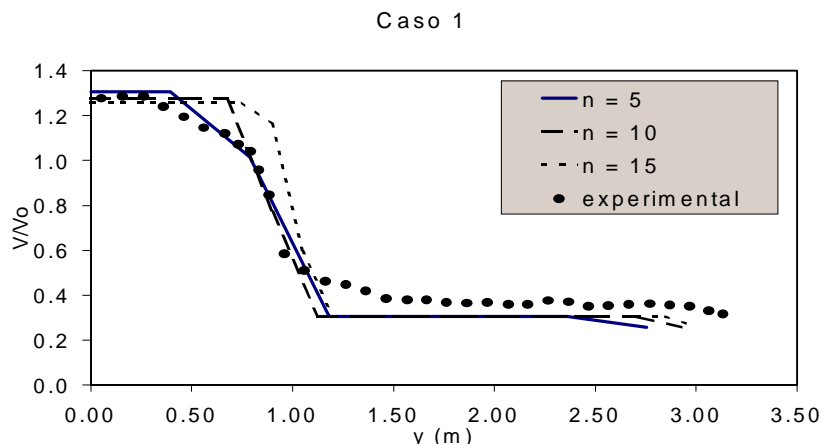


Figura 6.- Sensibilidad de HEC-RAS al número de subdivisiones – caso 1 datos de laboratorio

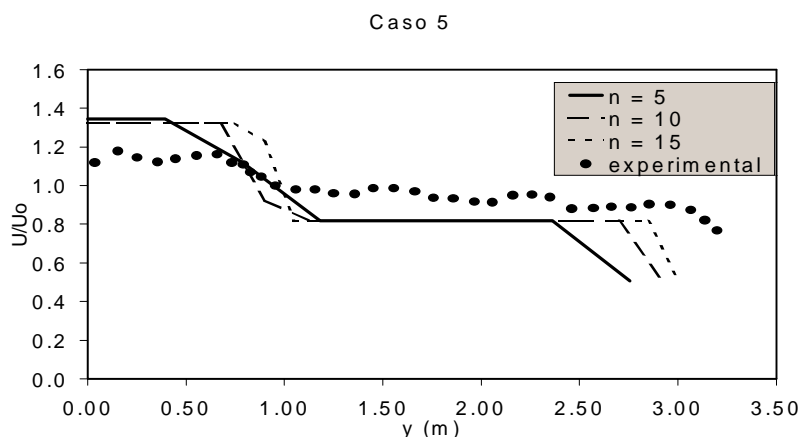


Figura 7.- Sensibilidad de HEC-RAS al número de subdivisiones – caso 5 datos de laboratorio

Se puede comprobar que el acuerdo empeora a medida que se afina la discretización, lo cual no es coherente; es bien visible la ausencia de procesos difusivos en la transversal. Como regla práctica, se puede decir que no es con una mayor discretización que HEC-RAS reproducirá mejor el perfil de velocidades.

El modelo DCM representa con un ajuste bastante aceptable los datos experimentales disponibles. Puede observarse también que este ajuste es tanto mejor cuanto menor es el valor de la profundidad relativa D_r . De todos modos, debe notarse que se forzó al modelo a pasar por el nivel de flujo conocido, y debido a las limitaciones del modelo a representar adecuadamente la profundidad de flujo para un caudal dado (vinculadas a que el mismo no contempla los procesos difusivos de *momentum* entre cauce principal y planicies) no siempre fue posible obtener la condición de flujo uniforme necesaria para la aplicación de la solución analítica, tal como se muestra en los perfiles de flujo de las Figuras 8 y 9.

En prácticamente todos los casos considerados el modelo 1D sobreestima las velocidades en el cauce principal y las subestima en las planicies de inundación. Es de suponer que la sobreestimación citada se deba a la incapacidad del modelo de tener en cuenta, en primer lugar, las pérdidas por torbellinos de eje vertical que se producen en la zona de altos gradientes de velocidad (shear layer region), y en segundo lugar, las pérdidas originadas en las corrientes secundarias que ocurren en el cauce, que disminuyen la conductividad hidráulica del canal, y por conservación de masa, y en consecuencia, se produce en las planicies una disminución de las velocidades. Este efecto es tanto mayor cuanto mayor es la profundidad de flujo en la

sección.

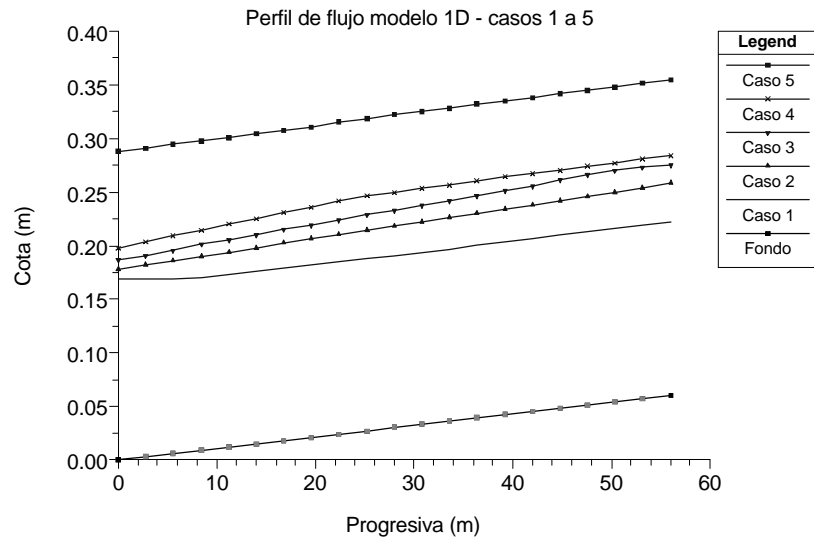


Figura 8.- Perfil de flujo gradualmente variado en HEC-RAS – grupo n° 1

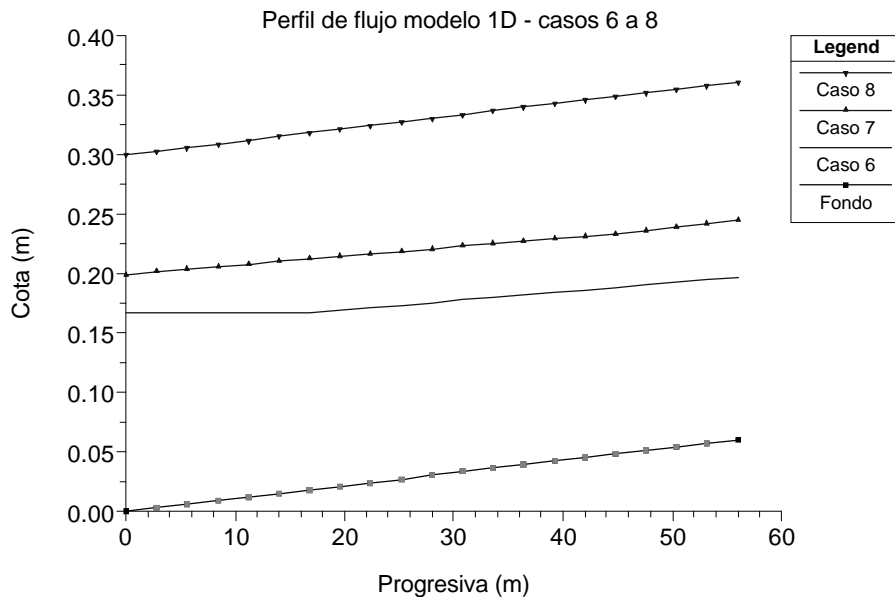


Figura 9.- Perfil de flujo gradualmente variado en HEC-RAS – grupo n° 2

En el caso de los datos de campo, se aplicó el modelo HEC-RAS a los 3 casos analizados, con el objeto de obtener una estimación de la distribución transversal de velocidades, considerando los valores para el n de Manning dados en la Tabla 3. A su vez, se analizó la sensibilidad de la solución al número de subdivisiones considerado, considerando los siguientes casos: 15, 30 y 45 subdivisiones ($N = 5, 10$ y 15). Para la instrumentación del programa HEC-RAS, se consideró una geometría prismática de 10 km de longitud, con una pendiente longitudinal de 2×10^{-4} . En las Figuras 10 y 11 pueden verse los perfiles de velocidad calculados junto con los datos de campo, para los casos 1 y 3.

Como puede verse en las figuras 10 y 11, el modelo 1D representa razonablemente la distribución transversal de velocidades, presentando dificultades en la estimación del pico de velocidades que se produce en el cauce principal. En efecto, se presentan errores por defecto

de 9,6%, 13,1% y 13,5% para los casos 1, 2 y 3 respectivamente; lo que muestra que el error en la estimación del pico de velocidades es mayor cuanto menor la profundidad de flujo.

En los tres casos, se consideró conocida la profundidad de flujo y el caudal (que fueron establecidas como condición de borde del problema), por lo cual se debió verificar la condición de flujo uniforme, la cual evidentemente no fue posible cumplir, según se pudo ver en las Figuras 12 y 13. De todos modos, la variación de tirantes y velocidades a lo largo de los 10000 m simulados es pequeña (menor al 10 % en el caso de los tirantes y menor al 15 % en el caso de las velocidades medias).

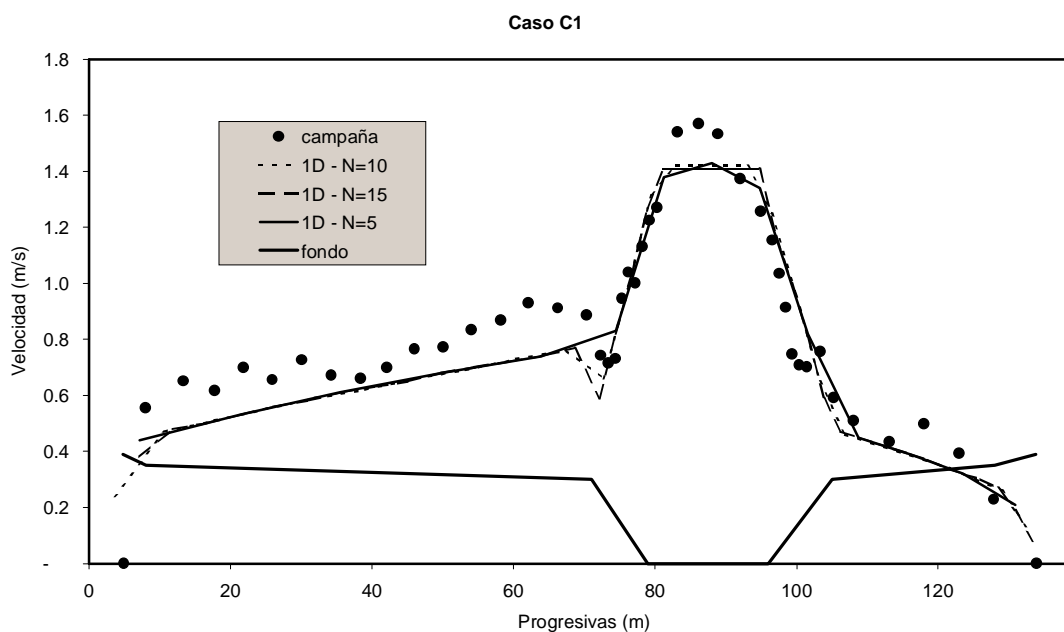


Figura 10.- Perfil de velocidades calculado con HEC-RAS – Caso 1

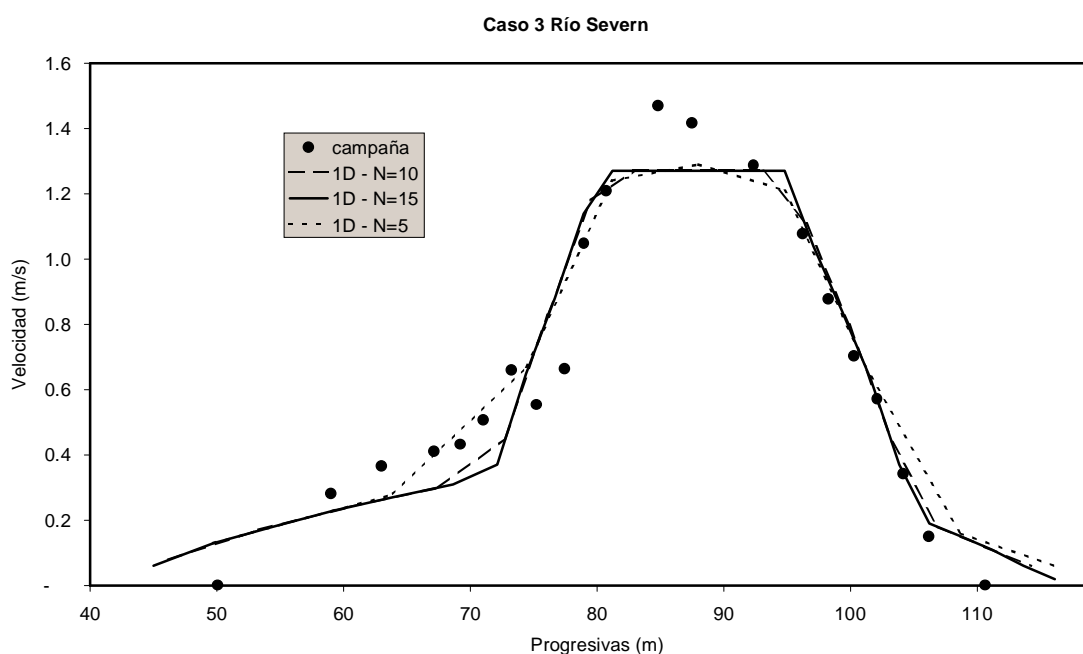


Figura 11.- Perfil de velocidades calculado con HEC-RAS – Caso 3

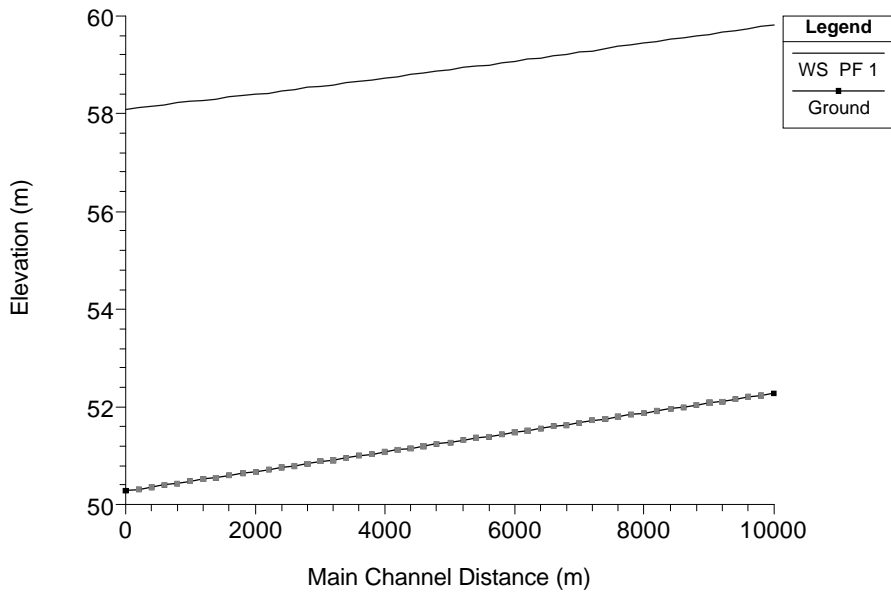


Figura 12.- Perfil longitudinal de flujo calculado con HEC-RAS – Caso 1

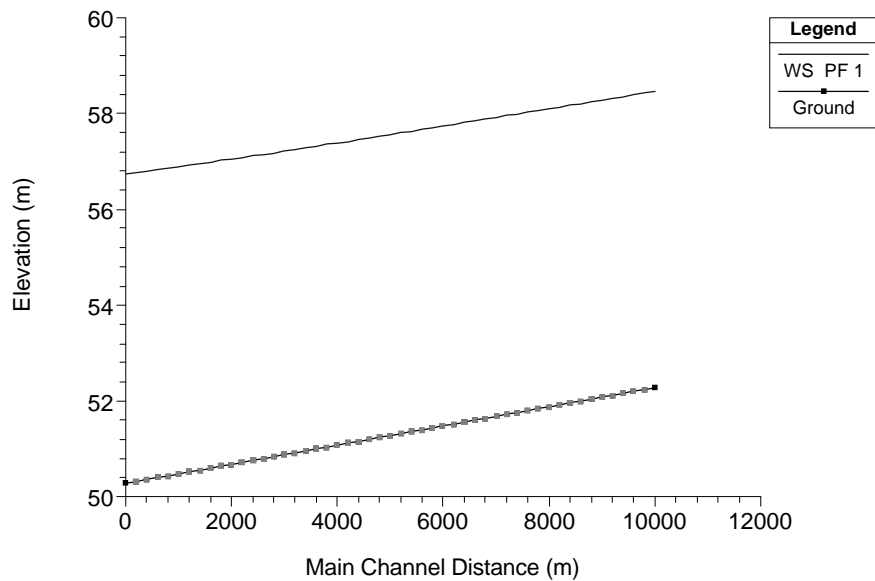


Figura 13.- Perfil longitudinal de flujo calculado con HEC-RAS – Caso 3

MODELO LDM

Se implementó la solución analítica de Shiono y Knight descrita para los 8 casos de estudio mencionados, correspondientes a los datos de laboratorio. Para ello se utilizó el programa LATERAL (Weber y Menéndez, 2003) considerando los siguientes juegos de valores:

Juego n° 1 (J1): corresponde a los primeros trabajos de Shiono y Knight, donde el parámetro λ debe representar los efectos no debidos estrictamente a la fricción. Considera $\Gamma = 0$.

$$\lambda_c = 0.47 - \lambda_t = 0.2 - \lambda_f = \lambda_t / Dr^{1.5}$$

Juego n° 2 (J2): reserva al parámetro λ los efectos exclusivamente difusivos, en tanto que los

efectos debidos a corrientes secundarias pasan a depender del parámetro Γ . Los valores de λ pasan a ser, entonces:

$\lambda_c = 0.07$ - $\lambda_t = 0.16$ - $\lambda_f = \lambda_c / (2 Dr)^4$ para el grupo n° 1 ($B/b = 4,2$) - $\lambda_f = \lambda_t/Dr^{1,5}$ para el grupo n° 2 ($B/b = 2,2$)

A partir del trabajo de Shiono y Knight (1991) se adoptan los valores de Γ de modo tal que los coeficientes β (ecuación 13) se mantengan constantes e iguales a $\beta_c = 0.15$; $\beta_f = -0.25$

Juego n° 3 (J3): consiste en no incluir los efectos debidos a corrientes secundarias, es decir, $\Gamma = 0$, pero utilizando los valores de λ asumidos en el juego 2. Su finalidad es comparar sus resultados con los este juego, de modo de poder cuantificar la influencia de las mencionadas corrientes secundarias.

En las Figuras 14 y 15 se muestran los resultados de la aplicación de la solución analítica, para los tres juegos de parámetros J1, J2 y J3, comparados con los datos experimentales disponibles, y en correspondencia a los casos 1 y 5. En general se puede observar un buen ajuste de la solución analítica de Shiono y Knight. Con el objeto de representar el efecto de la capa límite presente en el contorno exterior de la sección, y teniendo en cuenta que la sección del SERC-FCF posee un talud adicional en las márgenes de las planicies de inundación, se fijó la condición de no deslizamiento a una coordenada algo mayor del valor de B. Ese incremento artificial no es mayor en ningún caso al 10% del ancho original.

Sin dudas las mayores diferencias se presentan con el juego J3, que no puede contemplar los efectos de las corrientes secundarias; eso conlleva un incremento de las velocidades, fundamentalmente en el canal principal, donde justamente se desarrollan las principales corrientes helicoidales de eje horizontal. Estas diferencias en las velocidades llegan a sobrepasar el 10 %, en algunos casos.

Se aplicó el modelo LDM al conjunto de datos de campo, también mediante la aplicación del programa LATERAL. En las figuras 16 y 17 se presentan los perfiles transversales de velocidad calculados junto con los datos de campaña para los casos 1 y 3.

En general puede verse un buen ajuste de la solución analítica a los datos de campaña, tal como ya lo habían presentado Knight, Shiono y Pirt (1989).

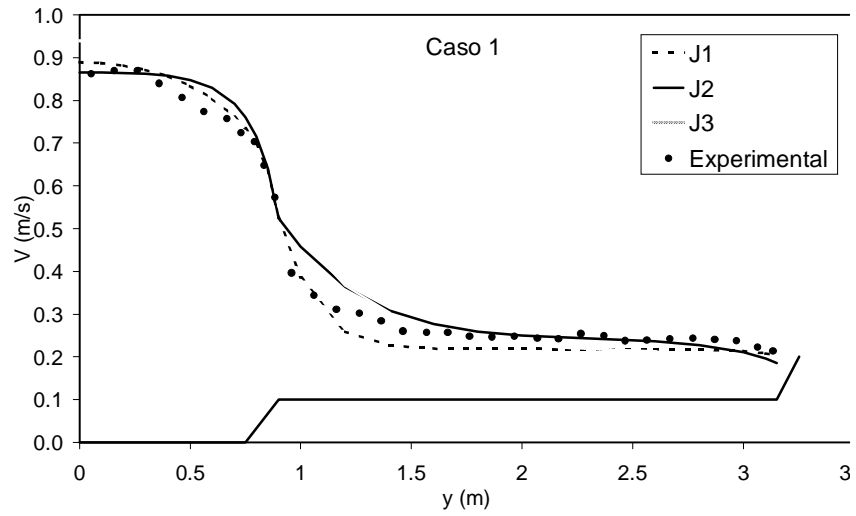


Figura 14.- Perfil de velocidades calculado con LDM – Caso 1

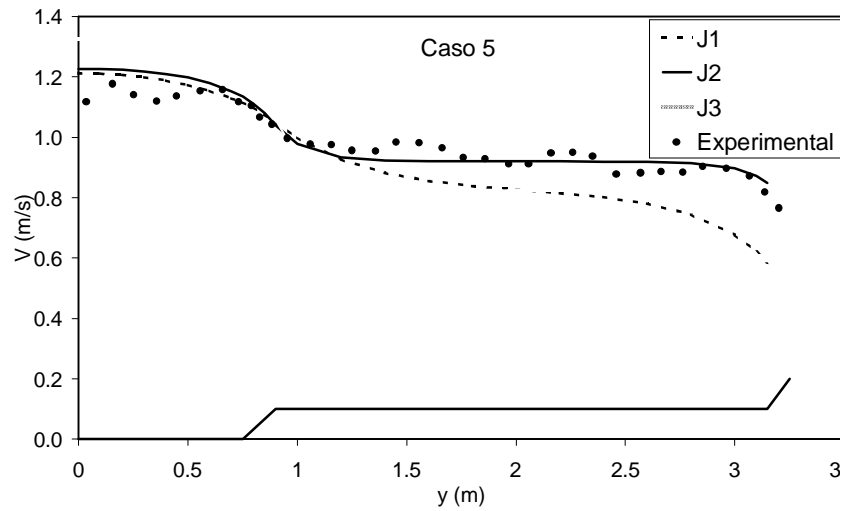


Figura 15.- Perfil de velocidades calculado con LDM – Caso 5

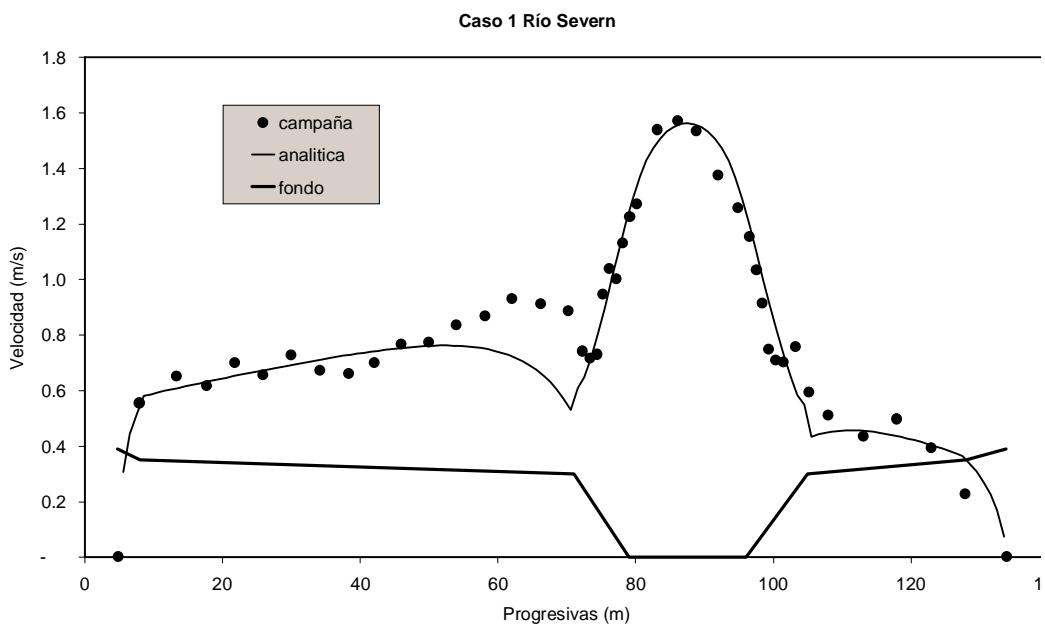


Figura 16.- Perfil de velocidades calculado con LDM – Caso 1

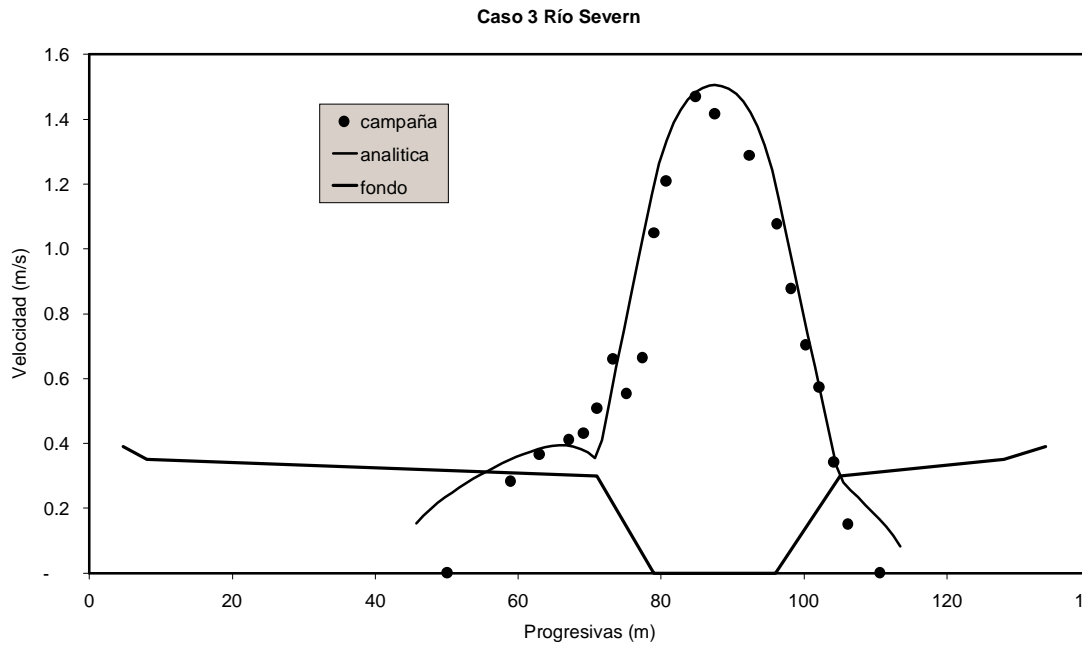


Figura 17.- Perfil de velocidades calculado con LDM – Caso 3

MODELO 2D

Se aplicó el modelo RMA2 a una batimetría prismática, de sección compuesta generada a través del programa GEO (Weber, 2003); un ejemplo de la geometría así generada se puede ver en la Figura 18, donde se muestran las mallas de elementos finitos con un código de grises para distinguir la cota de fondo, para el grupo 1 del conjunto de casos experimentales.

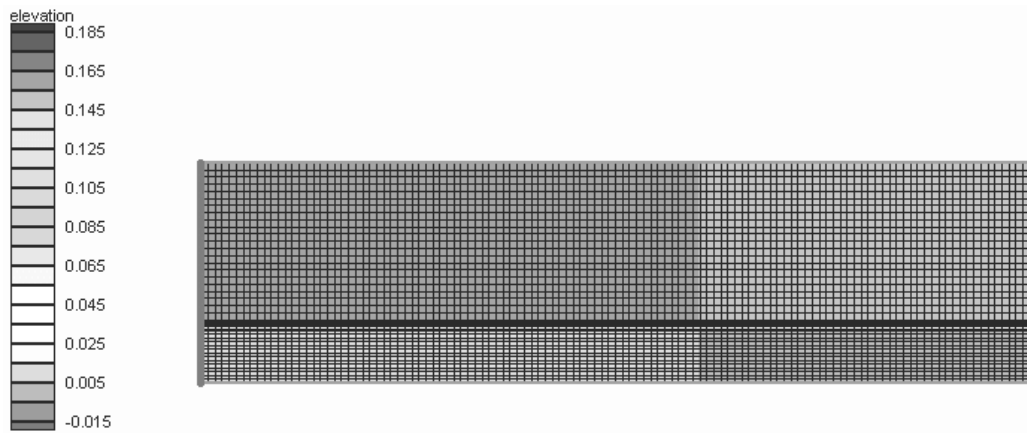


Figura 18.- Batimetría del Grupo 1 generada con GEO – casos de laboratorio

El modelo 2D no ha podido implementarse con los valores de la viscosidad de torbellino deducidos a partir de la ecuación (22) en los casos de laboratorio. Esto se debe a que los valores que surgen de la aplicación de esta ecuación, con los valores de λ asociados a los juegos de parámetros J1 y J3 del modelo LDM, resultan muy pequeños, y por lo tanto, RMA2 se vuelve inestable. En la Tabla 4 se presentan, como ejemplo, los valores calculados para E y los valores finalmente utilizados correspondientes al Grupo n° 1, asumiendo constante el

número de Peclet. En todos los casos, fue necesario incrementar el valor de E de modo de dar al modelo difusión numérica artificial y lograr de ese modo la estabilidad del mismo.

Tabla 4.- Valores de la viscosidad de torbellino E – casos de laboratorio

Caso	valores calculados						Valores utilizados		
	Juego nº 1			Juego nº 3			E c	E t	E f
	E c	E t	E f	E c	E t	E f			
1	3.13	0.58	1.39	0.49	0.46	7.36	-	-	-
2	3.39	0.66	1.51	0.53	0.53	3.38	10.00	7.50	5.00
3	3.65	0.75	1.62	0.57	0.60	2.06	9.00	7.20	5.80
4	3.98	0.86	1.77	0.62	0.69	1.34	8.00	7.20	6.50
5	6.98	1.97	3.10	1.09	1.58	0.43	7.00	7.00	7.00

Fue utilizado el programa GEO (Weber, 2003) para generar las batimetrías mencionadas y además las condiciones de borde hidrodinámicas asociadas al problema de análisis, que por tratarse en todos los casos de flujo subcrítico consistieron en un caudal de entrada aguas arriba estacionario y distribuido proporcionalmente a la profundidad de flujo, y aguas abajo el nivel final a alcanzar, estimado a partir de la solución analítica. Se eligió una malla lineal rectangular, de paso $\Delta x = 0.1$ m, Δy en el canal principal de 0.05 m, Δy en el talud de 0.025 m y Δy en la planicie de 0.1 m. De ese modo se obtuvieron las siguientes características de las mallas para los casos de laboratorio (Tabla 5):

Tabla 5.- Dimensiones de las mallas de elementos finitos

Caso	Nº de elementos	Nº de nodos
Grupo nº 1	4998	15317
Grupo nº 2	3213	9932

Dado que el valor de la viscosidad de torbellino vino definida por una difusión numérica artificial que garantizara la estabilidad, y no por las propiedades físicas del flujo, en todos los casos, la viscosidad de torbellino no fue ingresada directamente sino a través del número de Peclet (Pe). De acuerdo a los valores asignados a este parámetro adimensional, se presentan dos juegos de resultados:

- Número de Peclet constante en todo el dominio: básicamente corresponde al trabajo desarrollado por Weber et al (2002).
- Número de Peclet constante para una subsección dada, pero variable de subsección en subsección.

En el primer caso, no pudo obtenerse solución numérica para los casos 1 y 6 (mínima profundidad de flujo). En la figura 19 puede observarse la distribución de velocidades predicha con Pe constante para el caso 5 de laboratorio.

En la Figura 20 se muestra el perfil de velocidades obtenido para el caso 1 calculado con Pe variable, con los siguientes valores: Cauce principal y talud: $Pe = 6$; planicie: $Pe = 12$. Se observa un error sistemático hacia valores por exceso en la velocidad de la planicie.

Con fines comparativos, en la Figura 21 se muestra el perfil de velocidades obtenido para el caso 2, (conjuntamente con el perfil obtenido con Pe constante), con los siguientes valores: Cauce principal: $Pe = 15$; talud: $Pe = 8$; planicie: $Pe = 12$. La mejora es sustancial.

Del mismo modo que en los casos de laboratorio, se aplicó el programa GEO para generar la malla de elementos finitos para los casos de campo. Para evitar procesos de secado –

humedecimiento de elementos, que pudieran provocar inestabilidades numéricas en la solución, se trabajó con tres batimetrías diferentes, una para cada caso.

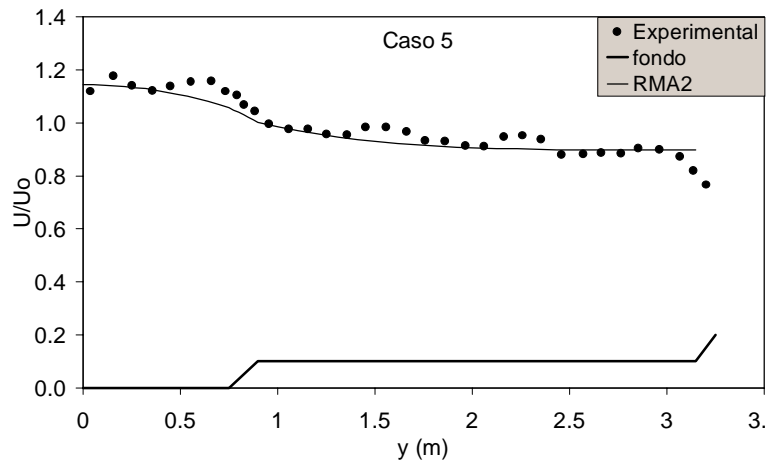


Figura 19.- Perfil de velocidades calculado con RMA2 – Pe constante – caso 5 de laboratorio

El paso longitudinal Δx se eligió de 4 m para todos los casos, tomándose los valores de Δy para cada subsección indicados en la Tabla 6. La longitud del canal considerado fue de 600 m. En estas condiciones, los tamaños de malla obtenidos (a partir del programa GEO) fueron los que figuran en la Tabla 7.

Se modeló la turbulencia a través de valores de la viscosidad absoluta de torbellino constantes dentro de un material dado, pero variables de subsección a subsección, tal como se indica en la Tabla 8. En tanto que para representar la rugosidad, se asumieron los valores del n de Manning que figuran en la Tabla 9, de acuerdo a los valores del f de Darcy asumidos previamente por Knight et al (1989).

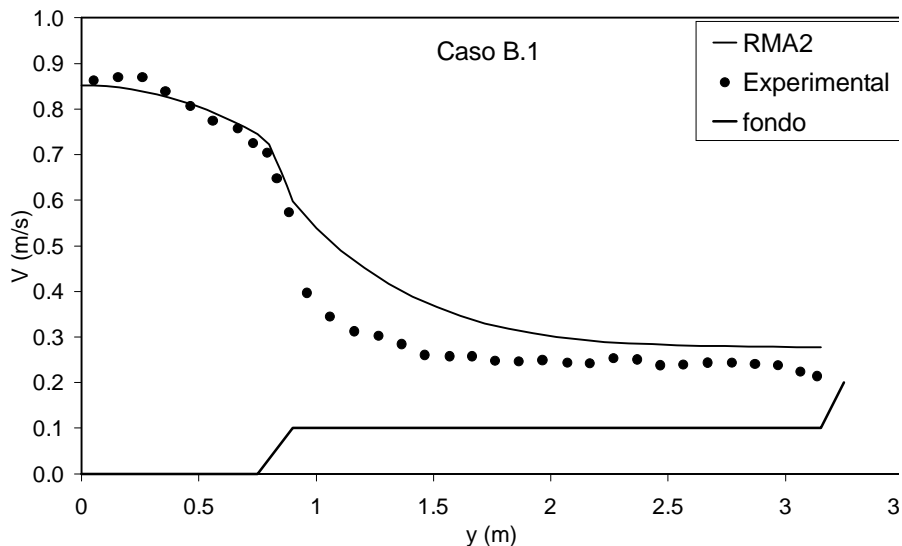


Figura 20.- Perfil de velocidades calculado con RMA2 – Pe variable – caso 1 de laboratorio

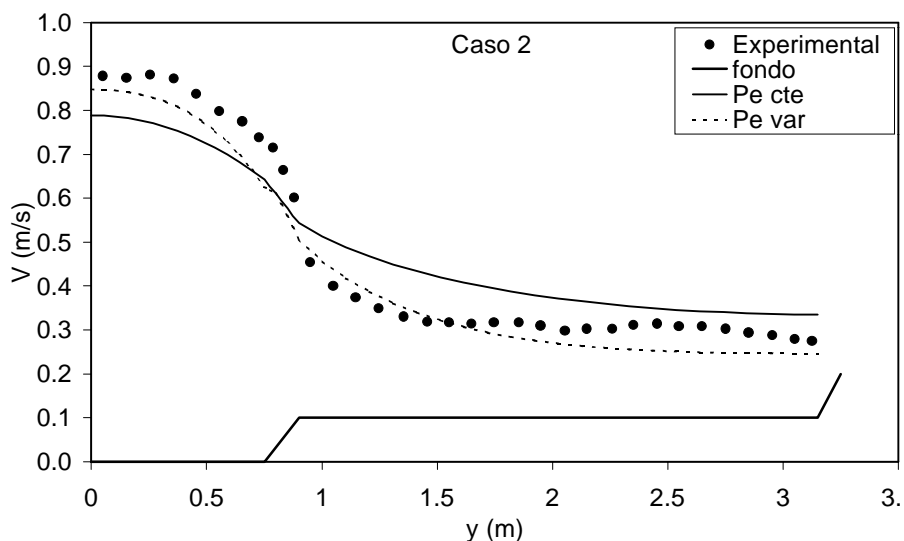


Figura 21.- Perfil de velocidades calculado con RMA2 – Pe constante y variable – caso 2 de laboratorio

Tabla 6.- Valores de Δy para la discretización del dominio – río Severn

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Planicie izquierda	4,00	4,00	3,00
Talud izquierdo	2,00	2,00	2,00
Cauce principal	1,50	1,50	1,50
Talud derecho	2,00	2,00	2,00
Planicie derecha	4,00	4,00	3,00

Tabla 7.- Dimensiones de la malla de cálculo – Río Severn

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Nº de elementos	5550	5550	4500
Nº de nodos	17025	17025	13861

Tabla 8.- Valores de la viscosidad de torbellino(Pa.s) para RMA2 – Río Severn

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Planicie izquierda	114.4	41.5	14.2
Talud izquierdo	68.4	51.3	51.3
Cauce principal	67.7	50.8	50.8
Talud derecho	68.4	51.3	51.3
Planicie derecha	114.4	41.5	14.2

Tabla 9.- Valores del n de Manning para RMA2 – Río Severn

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Planicie izquierda	0.0230	0.0221	0.0260
Talud izquierdo	0.1037	0.1002	0.0896
Cauce principal	0.0318	0.0312	0.0313
Talud derecho	0.1037	0.1002	0.0896
Planicie derecha	0.0373	0.0435	0.0510

A su vez se presenta, a título ilustrativo, el campo de velocidades, expresado a través de su intensidad (en código de grises) para el caso 1, lo que permite inferir si se han alcanzado las condiciones de uniformidad del flujo en el extremo de aguas abajo, en el cual se extrajo la información resultado. La distribución de la intensidad de la velocidad se muestra en la Figura 22.

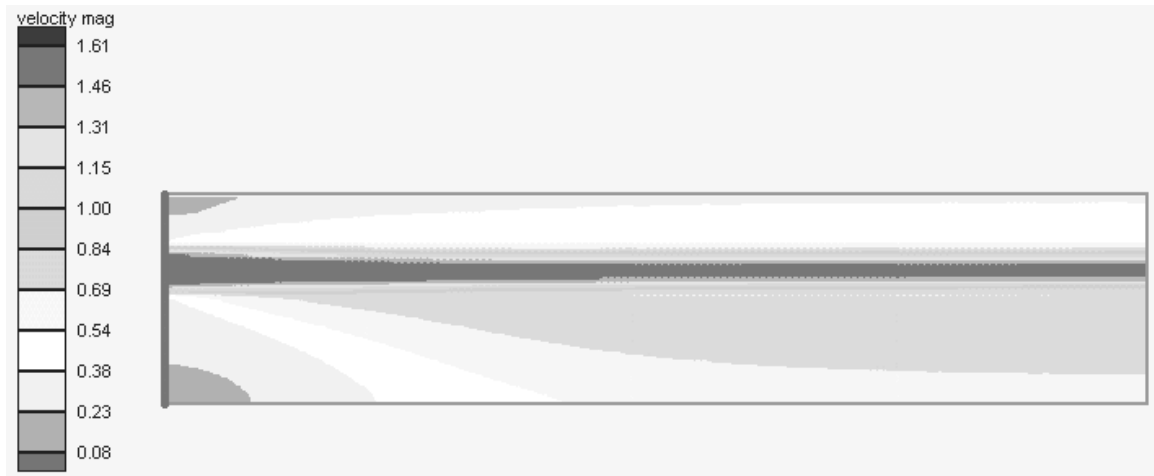


Figura 22.- Intensidad de la velocidad en el dominio de cálculo – caso 1 río Severn

En las figuras 23 y 24 se presentan los perfiles laterales de velocidad calculados a través de RMA2, para los casos 1 y 3, comparados con los datos experimentales. En general se observa un buen ajuste entre la solución numérica y los datos de campaña. La influencia del contorno fijo lateral no se evidencia en los perfiles calculados debido a que RMA2 sólo tiene en cuenta al contorno lateral como una condición de nulidad de la componente normal del vector velocidad, y no como una condición de no deslizamiento. Para ello, una técnica factible es asignar a los elementos de la faja lateral un valor del n de Manning lo suficientemente alto como para simular el efecto de esa capa límite.

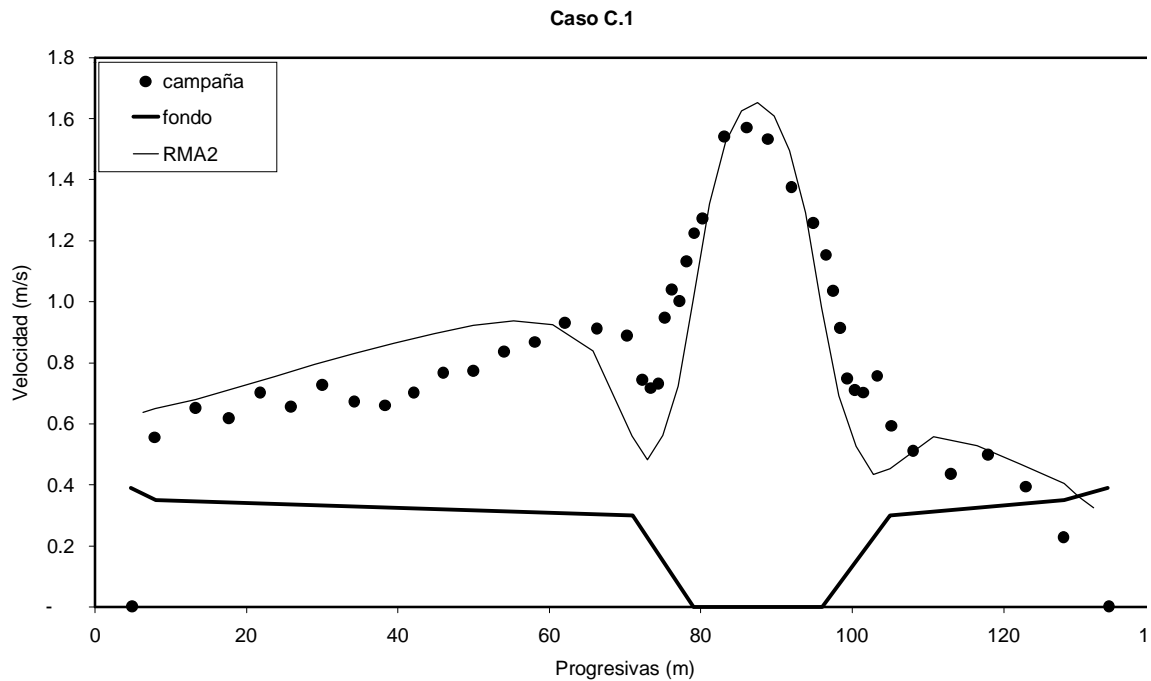


Figura 23.- Perfil lateral de velocidades calculado con RMA2 – caso 1 río Severn

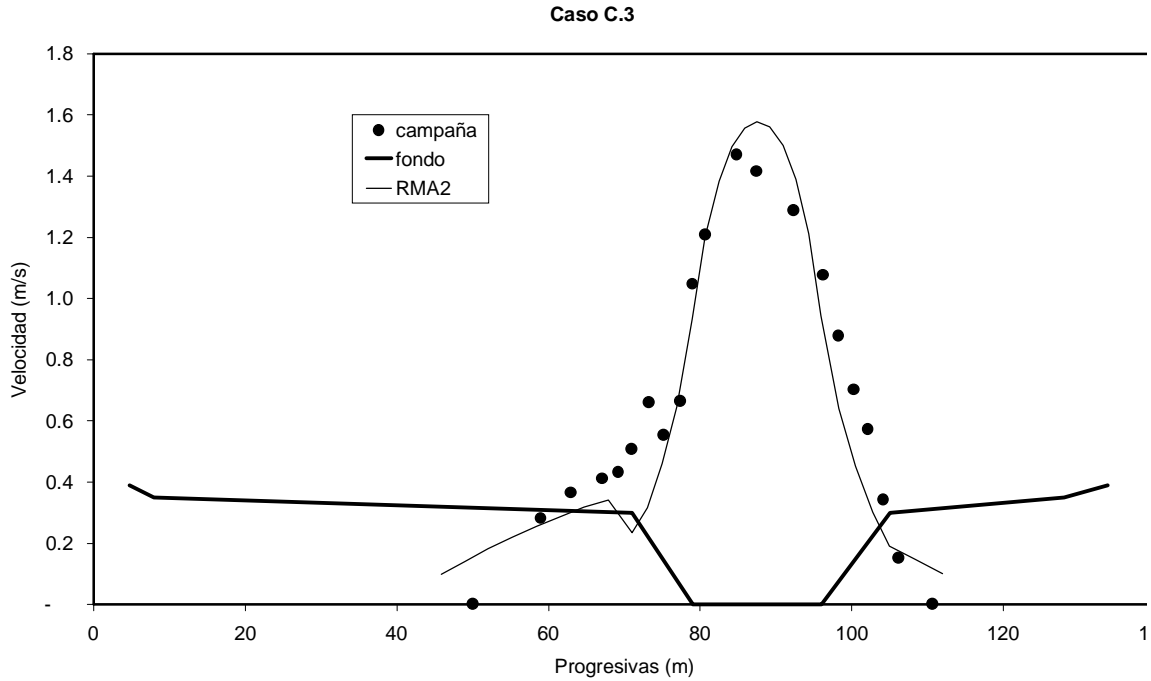


Figura 24.- Perfil lateral de velocidades calculado con RMA2 – caso 3 río Severn

DESEMPEÑO DE LOS MODELOS

Se discuten a continuación los desempeños absolutos y relativos de los modelos utilizados.

MODELO DCM

La principal limitación del Método del Canal Dividido está asociada a la ausencia de difusión lateral de cantidad de movimiento. Como consecuencia, el perfil lateral de velocidades tiende a “imitar” la forma del fondo del canal (ver Figuras 10 y 11). Esta limitación es particularmente importante para secciones en V sesgadas, donde la difusión juega un papel importante.

Otra consecuencia de la falta de difusión es que la distribución lateral de velocidades depende fuertemente del grado de discretización. Se ha comprobado que lo mejor es minimizar el número de subsecciones consideradas, como se recomienda en el manual de usuario de HEC-RAS (HEC, 2001), lo cual constituye una forma de suavizar artificialmente el perfil de velocidades.

En los casos de laboratorio, el modelo DCM tiende a sobreestimar las velocidades en el canal principal y subestimar las velocidades en las planicies de inundación. Esta anomalía se incrementa a medida que la profundidad de flujo aumenta (ver figuras 6 y 7).

MODELO LDM

Como se presentó en trabajos anteriores (Shiono y Knight, 1988, 1991), el modelo LDM predice adecuadamente la distribución lateral de velocidades, particularmente en los casos de laboratorio. Es frecuente encontrar dispersión en la predicción de los perfiles de velocidad en

cauces naturales, a pesar de que existen algunos ejemplos de aplicaciones satisfactorias del modelo LDM a corrientes naturales (Weber y Tarrab, 2003).

Adicionalmente, el modelo LDM resulta un adecuado predictor de la curva altura- caudal de una sección, como puede verse en la Figura 25 correspondiente al Grupo nro 1 de casos de laboratorio. Weber y Tarrab (en prensa) muestran un ejemplo de la aplicación del modelo LDM para la predicción de la curva de descarga de una sección de un cauce natural.

Las predicciones son relativamente insensibles a los valores de la viscosidad adimensional de torbellino de las planicies, en un rango relativamente amplio (Weber y Del Prete, 2003). Por el contrario, los valores de λ en el canal principal son decisivos para una buena predicción.

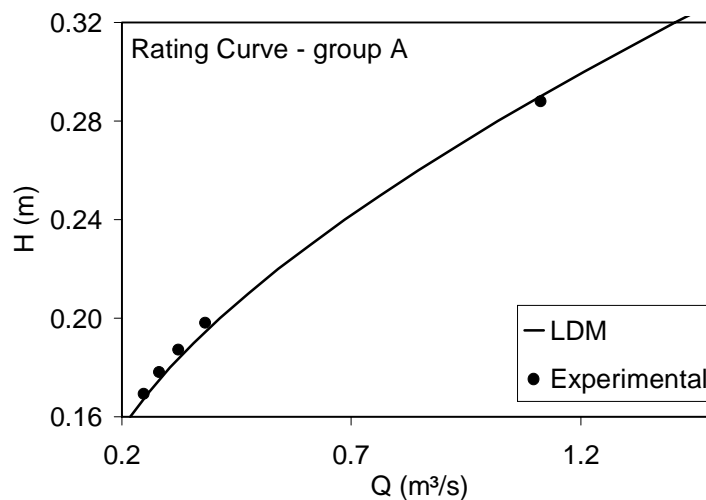


Figura 25.- Curva altura – caudal predicha por LDM – Grupo 1 casos de laboratorio

MODELO 2D

El modelo RMA2 ha mostrado limitaciones a la hora de predecir la distribución lateral de velocidades en los casos de laboratorio, debido a la excesiva viscosidad de torbellino utilizada para garantizar estabilidad numérica en la solución; esto ha provocado que los perfiles de velocidad predichos sean exageradamente suavizados. Este efecto es más importante a medida que la profundidad de flujo en las planicies decrece (ver Figuras 19 a 21).

Este no es el caso de los perfiles de velocidad de los casos de campo (río Severn). En su lugar, las limitaciones se hallan asociadas a la necesidad de asumir valores constantes de la viscosidad turbulenta E , al menos en cada subsección.

A diferencia del modelo LDM, RMA2 no resulta ser una herramienta adecuada para predecir curvas altura – caudal en secciones compuestas, debido a la relativamente gran cantidad de tiempo de máquina necesario para realizar los cálculos correspondientes.

DESEMPEÑO RELATIVO DE LOS MODELOS

Las figuras 26 y 27 muestran la distribución lateral de velocidades predichas por los tres modelos considerados en este trabajo, conjuntamente con los datos experimentales, para los

casos 4 y 7 respectivamente, de la *Flood Channel Facility*. En los parámetros comunes se asumieron los mismos valores o sus equivalentes. Queda evidenciada la ausencia de procesos difusivos en la predicción del modelo DCM, y por el contrario, el exceso de difusión mostrado por el modelo 2D.

El modelo DCM ha logrado una mejor representación de las velocidades en la planicie que en el canal principal, donde éste tiende a representar un perfil más uniforme. La estimación desmejora a medida que la profundidad de flujo en las planicies se incrementa, y su uso no sería recomendable para profundidades relativas (Ecuación 23) por encima de 0.4.

El modelo LDM tiene la posibilidad de considerar las pérdidas de energía debido a los torbellinos de eje vertical que se desarrollan en la capa de corte entre el canal principal y las planicies de inundación.

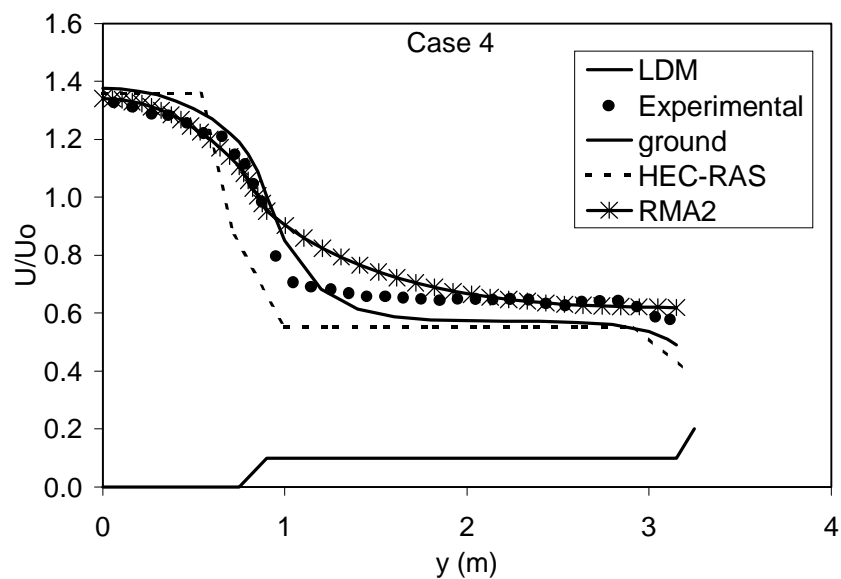


Figura 26.- Comparación entre resultados – DCM, LDM y 2D – Caso 4 SERC-FCF

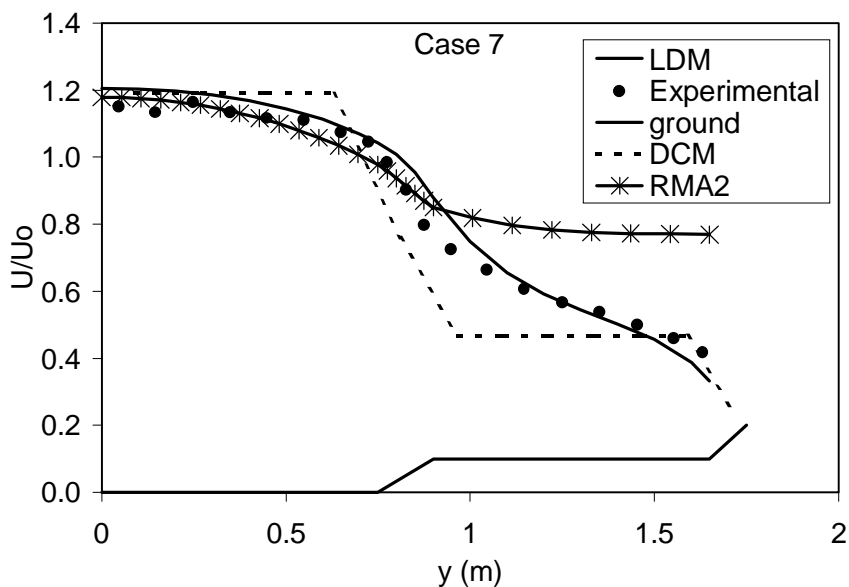


Figura 27.- Comparación entre resultados – DCM, LDM y 2D – Caso 7 SERC-FCF

Adicionalmente, el modelo LDM puede incluir un término fuente que tiene en cuenta los torbellinos de eje horizontal paralelo a la dirección de la corriente principal, conocidos como corrientes secundarias, que tienen lugar principalmente al pie del talud del canal principal, actuando como una tensión de corte aparente en la interfaz canal principal – planicie (Wormleaton y Merrett, 1990), y produciendo, por lo tanto, una transferencia adicional y significativa de cantidad de movimiento desde el canal principal a las planicies. Como consecuencia, el modelo LDM puede lograr una mejor predicción si está adecuadamente calibrado.

Enfocándose en el desempeño del modelo 2D, se muestra que el mismo es más adecuado para la representación de cauces naturales que para problemas de laboratorio. En este último caso, la dificultad reside en el hecho de que la viscosidad artificial necesaria para asegurar estabilidad numérica (al menos para RMA2) es usualmente mayor que la viscosidad de torbellino física; luego el modelo 2D obtiene gradientes laterales de velocidad más suavizados que los verdaderos.

El ajuste de esta solución a los datos mejora a medida que se incrementa el nivel de agua en las planicies, y se vuelve aceptable para profundidades relativas (Ecuación 23) por encima de 0.4, complementándose entonces con el modelo DCM. Por otro lado, el ajuste para canales naturales es relativamente satisfactorio para el rango completo de profundidades.

En todos los casos, el modelo 2D horizontal no logra el desempeño del modelo LDM en la predicción; esto es debido a que aún no existe una formulación que contabilice automáticamente los efectos de las corrientes secundarias que se desarrollan al pie de los taludes del canal principal (RMA2 incluye una representación, mediante formulaciones paramétricas, de los efectos de las corrientes secundarias en canales de desarrollo curvilíneo o meandrosos).

CONCLUSIONES

Las principales conclusiones del presente trabajo son las siguientes:

- El modelo DCM (a través del *software* HEC-RAS), a pesar de su simplicidad, brinda una predicción razonable de la distribución lateral de velocidades desde un punto de vista ingenieril.
- La principal limitación del modelo DCM está asociada a la ausencia de difusión lateral de *momentum*, lo cual le resta precisión especialmente en el cálculo de la velocidad en el cauce principal.
- El modelo LDM representa adecuadamente tanto la distribución lateral de velocidades como la relación altura – caudal.
- El modelo 2D horizontal representa mejor los canales naturales que los de laboratorio. En este último caso, la dificultad reside en el hecho de que la viscosidad artificial necesaria para asegurar estabilidad numérica (al menos para RMA2) es usualmente mayor que la viscosidad de torbellino física; luego el modelo 2D obtiene gradientes laterales de velocidad más suavizados que los verdaderos.
- Para los casos de laboratorio, el cálculo con DCM empeora a medida que la profundidad de flujo en las planicies se incrementa, y su uso no es recomendado para profundidades relativas por encima de 0.4. Por otro lado, los resultados de RMA2 mejoran a medida que el nivel del

agua aumenta, y se vuelven aceptables para profundidades relativas mayores a 0.4, complementándose de este modo con el modelo DCM.

***Agradecimientos.** Los autores desean agradecer al Prof. Koji Shiono, Loughborough University, UK, por proveer el conjunto de datos experimentales utilizados. El desarrollo de este trabajo contó con el auspicio de la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba, a través de su Programa de Becas de Formación Superior. El primer autor desea, finalmente, hacer público su agradecimiento a la Facultad Regional Córdoba de la Universidad Tecnológica Nacional, y a la Regional Capital del Colegio de Ingenieros Civiles de la Provincia de Córdoba por el apoyo brindado.*

LISTA DE SÍMBOLOS

α_i	Coefficiente de distribución de velocidades o de Coriolis correspondiente a la sección i
λ	Viscosidad adimensional de torbellino de Boussinesq.
η, ψ, ω	Parámetros de fricción y de difusión en el LDM
β, σ	Parámetros de corrientes secundarias en el LDM
Γ	gradiente lateral de la fuerza unitaria aparente debida de la tensión de Reynolds originada por la corrientes secundarias
ε	Viscosidad cinemática de torbellino
ρ	Densidad del fluido
$a_1, a_2,$	
b_1, b_2	Coefficientes de compatibilidad del LDM
A_i	Area de la subsección i
C	Coefficiente por pérdidas por contracción – expansión.
D_r	Profundidad relativa de flujo en las planicies
E	Viscosidad dinámica de torbellino
$f:$	Coefficiente de fricción de Darcy
g	Aceleración de la gravedad
g	Aceleración de la gravedad,
h_e	Pérdidas de energía en el tramo entre las secciones 1 y 2
K_i	conductividad hidráulica de cada subsección, dada por
L	Longitud del tramo entre las secciones 1 y 2
n	Coefficiente de rugosidad de Manning
n_i	Coefficiente de rugosidad de Manning de la subsección i
Q_i	Caudal parcial de la subsección i
R_i	Radio hidráulico de la subsección i
s	talud lateral
S_0	pendiente longitudinal
S_0	Pendiente longitudinal del lecho
S_{fi}	Gradiente longitudinal de pérdidas por fricción en la sección i
$(\rho \overline{UV})_d$	Tensión de Reynolds debido a las corrientes secundarias
u, v	Componentes de la velocidad en las direcciones cartesianas
V	Velocidad del Flujo
V_i	Velocidad media en la subsección i
x, y, t	Coordenadas cartesianas y tiempo
xx	dirección normal al plano xz - yy : dirección normal al plano yz
xy e yx	dirección de corte en cada superficie
y	Coordenada horizontal medida transversal a la corriente

Y	Profundidad de flujo
Y_i	Tirante o profundidad de flujo en la sección i
Z	Cota o elevación del fondo
Z_i	Cota o elevación del fondo en la sección i

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abril, B. (2003), *Benchmark comparisons of the analytical and finite element solutions of the SKM*. Technical Report EPSRC Research Grant – GR/R54880/01. University of Birmingham, UK.

Cunge, J., Holly, F., Verwey, A. (1980). *Practical Aspects of Computational River Hydraulics*. Pitman, Boston.

Donnell, B. P. (ed.) (1996), *User's Guide to RMA2 WES version 4.3*, U.S. Army Corps of Engineers, Waterways Experiment Station, Hydraulic Laboratory.

Einstein, H. A., Banks, R. B. (1950). "Fluid resistance of composite roughness". *Transactions, American Geophysical Union* Vol. 31 No. 4, pp. 603-610.

HEC (2001). *HEC – RAS Hydraulic Reference Manual*, U.S. Army Corps of Engineers, Davis, CA.

Horton, R. E. (1933), "Separate roughness coefficients for channel bottom and sides". *Engineering News Record* Vol. 111 No. 22, pp. 652–653.

Knight D. W., Shiono, K., Pirt, J. (1989). "Prediction of depth mean velocity and discharge in natural rivers with overbank flow". *Proceedings of the International Conference on Hydraulic and Environmental Modelling of Coastal, Estuarine and River Waters*, pp. 419-428. Bradford.

Lotter, G. K. (1933). "Soobrazheniia k gidravlicheskomu raschetu rusel s razlichnoi sherokhovatostiiu stenok (Considerations on hydraulic design of channels with different roughness of walls)". *Izvestiia Vsesoiuznogo NuachnoIssledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki (Transactions, All-Union Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering)* Vol. 9 pp. 238-241. Leningrad.

Menéndez, A. (2003). "Selection of optima mathematical models for fluvial problems". *Proceedings of 3rd IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics*. Barcelona, Spain.

Pavlovskii, N. N. (1931). "K voprosu o raschetnoi formule dlia ravnomernogo dvizheniia v vodotokakh s neodnorodnymi stenkami (On a design formula for uniform movement in channels with nonhomogeneous walls)". *Izvestiia Vsesoiuznogo NuachnoIssledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki (Transactions, All-Union Scientific Research Institute of Hydraulic Engineering)*. Vol. 3 pp. 157 –164. Leningrad.

Shiono, K., Knight, D. W. (1988). "Two-dimensional analytical solution for a compound

channel". In **Y. Iwasa, N. Tamai & A. Wada** (eds.), *Proceedings of 3rd International Symposium on Refined Flow Modeling and Turbulence Measurements* pp. 503-510. Tokyo, Japan.

Shiono, K., Knight, D. W. (1991). "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel". *Journal of Fluid Mechanics* Vol. 222 pp. 617-646. Great Britain.

Wark, J.B., Samuels, P.G., Ervine, D.A. (1990). "A practical method of estimating velocity and discharge in a compound channel". In **White, W. R.** (ed.), *River flood hydraulics* pp. 163-172. John Wiley & Sons, Chichester, UK.

Weber, J. F., Del Prete, P. G. (2003). "Calibración y análisis de incertidumbre de los parámetros de un modelo analítico de la distribución de flujo en planicies de inundación". *Mecánica Computacional* Vol. 22. Bahía Blanca, Argentina.

Weber, J. F., Menéndez, A. N. (2003). "Modelo LATERAL para simular la distribución lateral de velocidades en cauces naturales". *Mecánica Computacional* Vol. 22. Bahía Blanca, Argentina.

Weber, J. F., Tarrab, L. (2003). "Modelación de la distribución lateral de velocidades en cauces naturales – caso Alto Río Paraná". *Mecánica Computacional* Vol. 22. Bahía Blanca, Argentina.

Weber, J. F. (2003). *Modelación integrada uni y bidimensional de flujo en planicies de inundación*. Tesis de Maestría en Ciencias de la Ingeniería – Mención en Recursos Hídricos - Fac. de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba..